

Matemáticas de lo imposible

Juegos e invariantes

Dr. Arturo Merino

UOH Universidad
de O'Higgins



Invariante

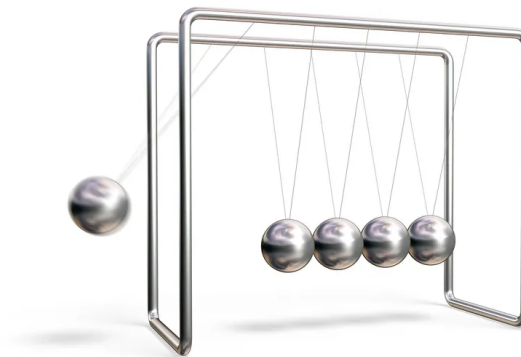
Invariante

- Ampliamente usados en ciencias e ingenieria



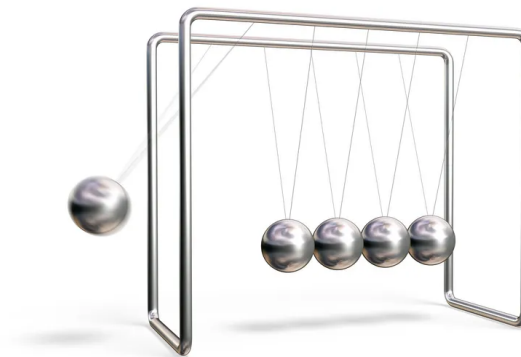
Invariante

- Ampliamente usados en ciencias e ingeniería
- Leyes de conservación



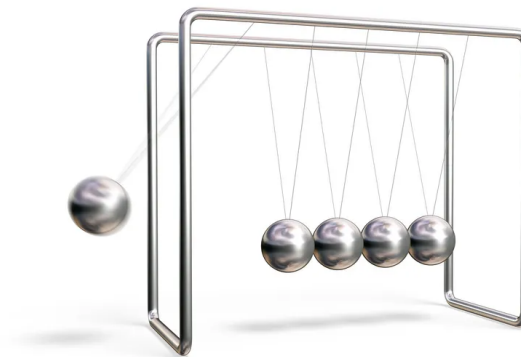
Invariante

- Ampliamente usados en ciencias e ingeniería
- Leyes de conservación
 - Energía
 - Masa
 - Momentum



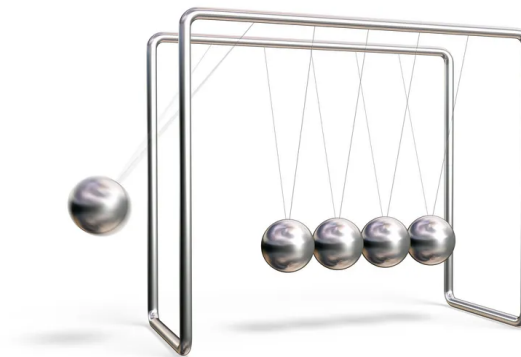
Invariante

- Ampliamente usados en ciencias e ingeniería
- Leyes de conservación
 - Energía
 - Masa
 - Momentum
- Diseño de software



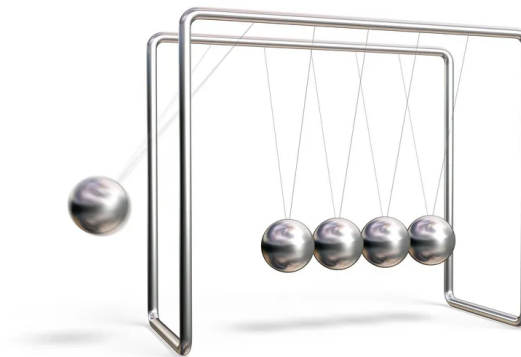
Invariante

- Ampliamente usados en ciencias e ingeniería
- Leyes de conservación
 - Energía
 - Masa
 - Momentum
- Diseño de software
- Análisis de sistemas complejos



Invariante

- Ampliamente usados en ciencias e ingeniería
- Leyes de conservación
 - Energía
 - Masa
 - Momentum
- Diseño de software
- Análisis de sistemas complejos
 - Información del sistema



Impossible

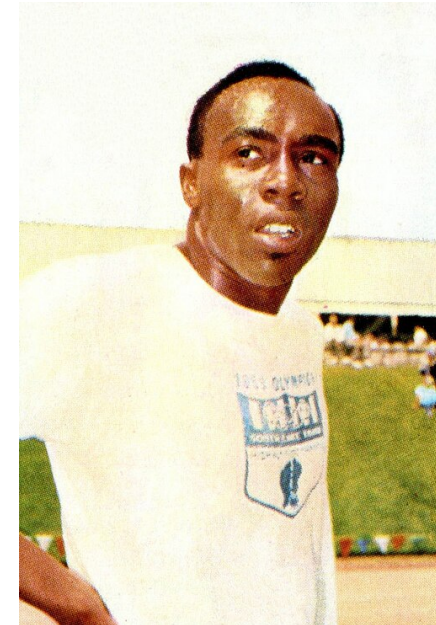
Impossible

Imposible

- Imposible correr 100m en menos de 10 segs

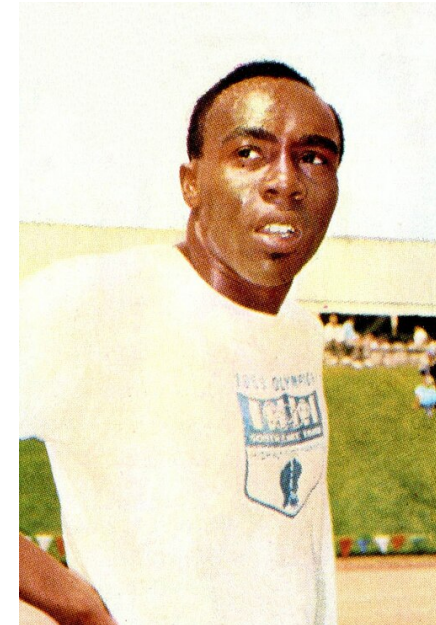
Impossible

- Impossible correr 100m en menos de 10 segs
 - Jim Hines – 1968



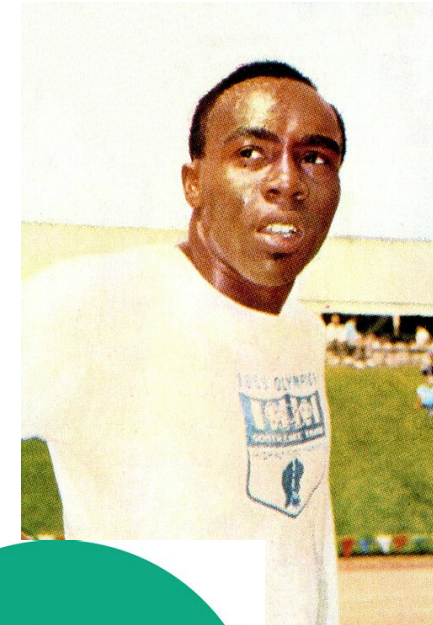
Imposible

- Imposible correr 100m en menos de 10 segs
 - Jim Hines – 1968
- Inteligencia artificial con *coherencia humana*.



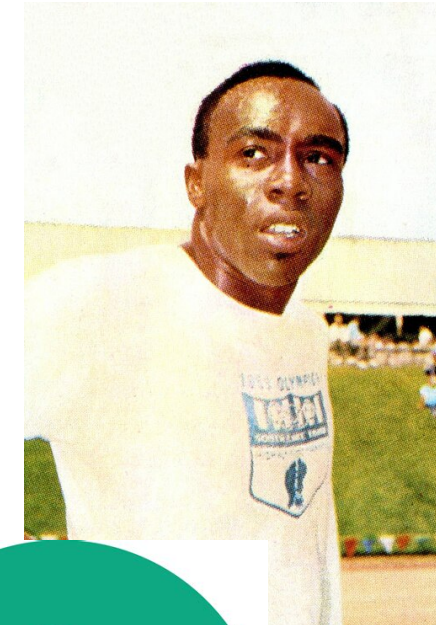
Imposible

- Imposible correr 100m en menos de 10 segs
 - Jim Hines – 1968
- Inteligencia artificial con *coherencia humana*.
 - Modelos basados en transformers - 2017 (ChatGPT, Gemini, Claude)



Imposible

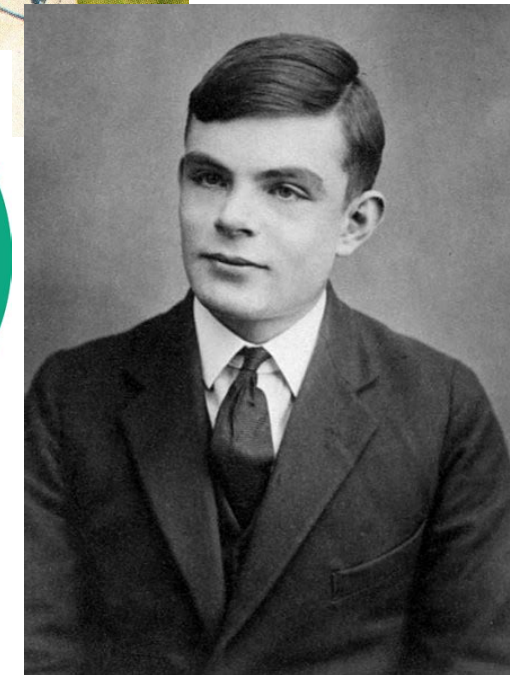
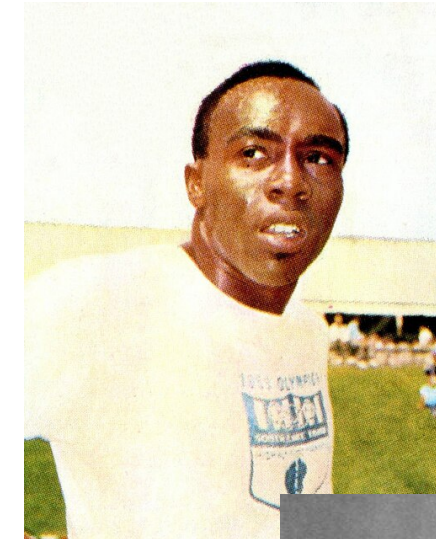
- Imposible correr 100m en menos de 10 segs
 - Jim Hines – 1968
- Inteligencia artificial con *coherencia humana*.
 - Modelos basados en transformers - 2017 (ChatGPT, Gemini, Claude)
- Todo problema* se puede resolver con un computador.



* que se pueda describir y tenga respuestas concretas.

Imposible

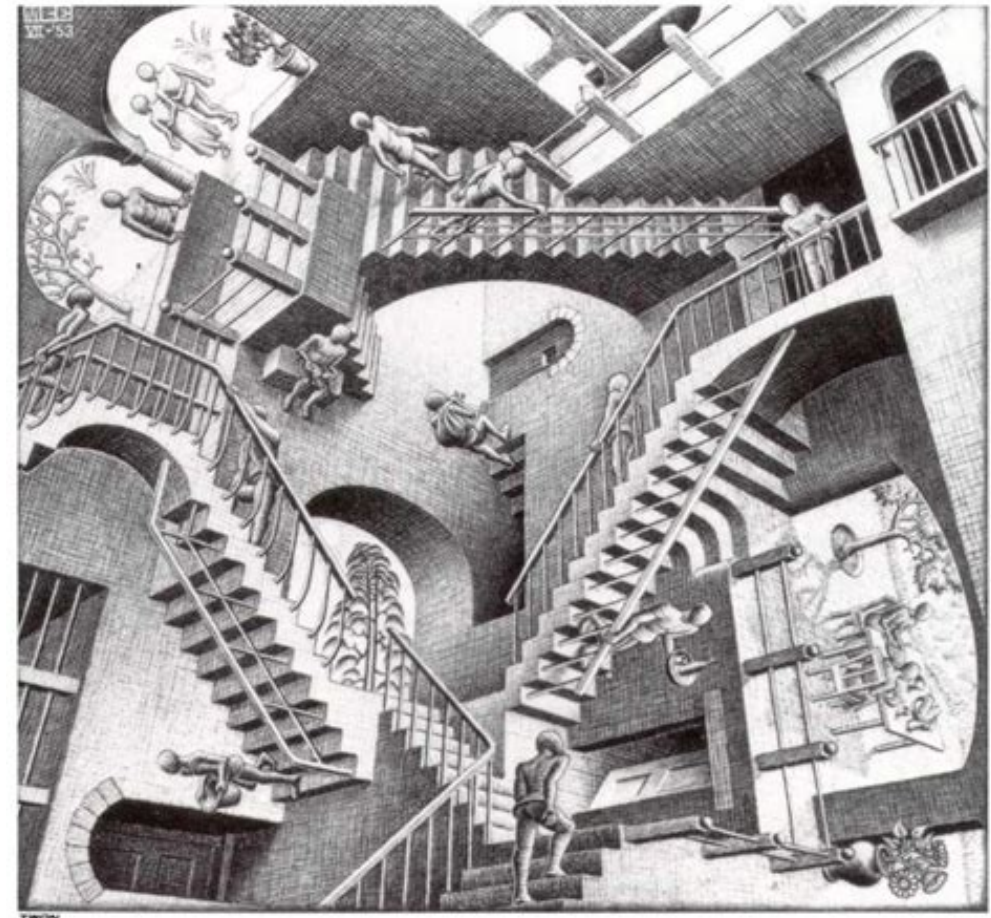
- Imposible correr 100m en menos de 10 segs
 - Jim Hines – 1968
- Inteligencia artificial con *coherencia humana*.
 - Modelos basados en transformers - 2017 (ChatGPT, Gemini, Claude)
- Todo problema* se puede resolver con un computador.
 - **No!** Hay problemas que el computador no puede resolver. (Turing – 1936)



*que se pueda describir y tenga respuestas concretas.

Imposibilidad Matemática

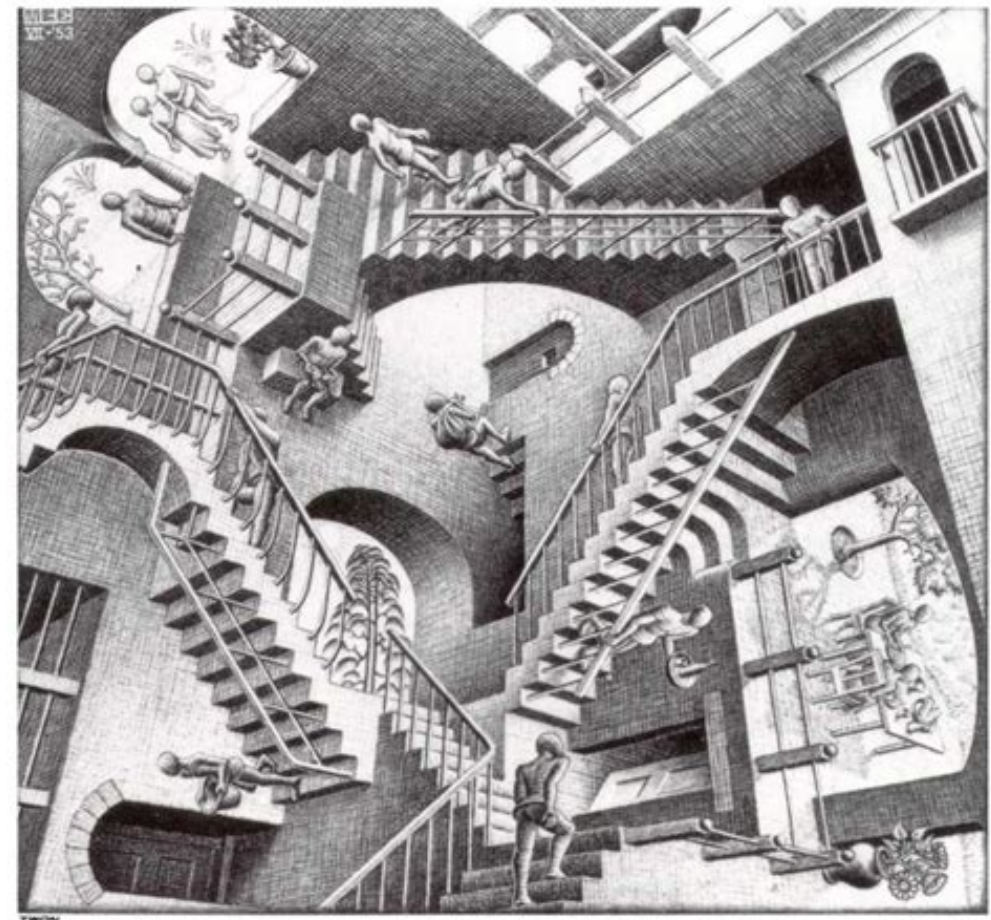
- **Imposibilidad matemática:**



Imposibilidad Matemática

- **Imposibilidad matemática:**

- Demostrada via lógica formal y axiomas.
- Independiente de avances, recursos, creatividad.

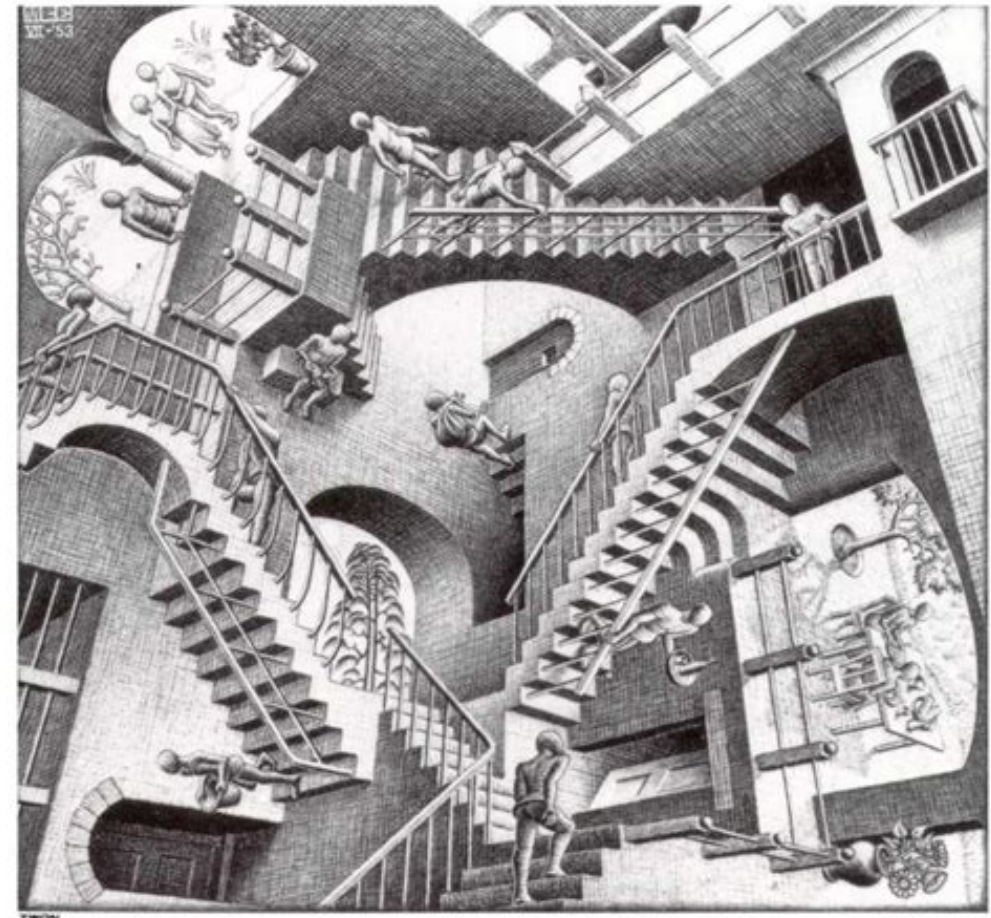


Imposibilidad Matemática

- **Imposibilidad matemática:**

- Demostrada via lógica formal y axiomas.
- Independiente de avances, recursos, creatividad.

- **Convencer de lo posible:**



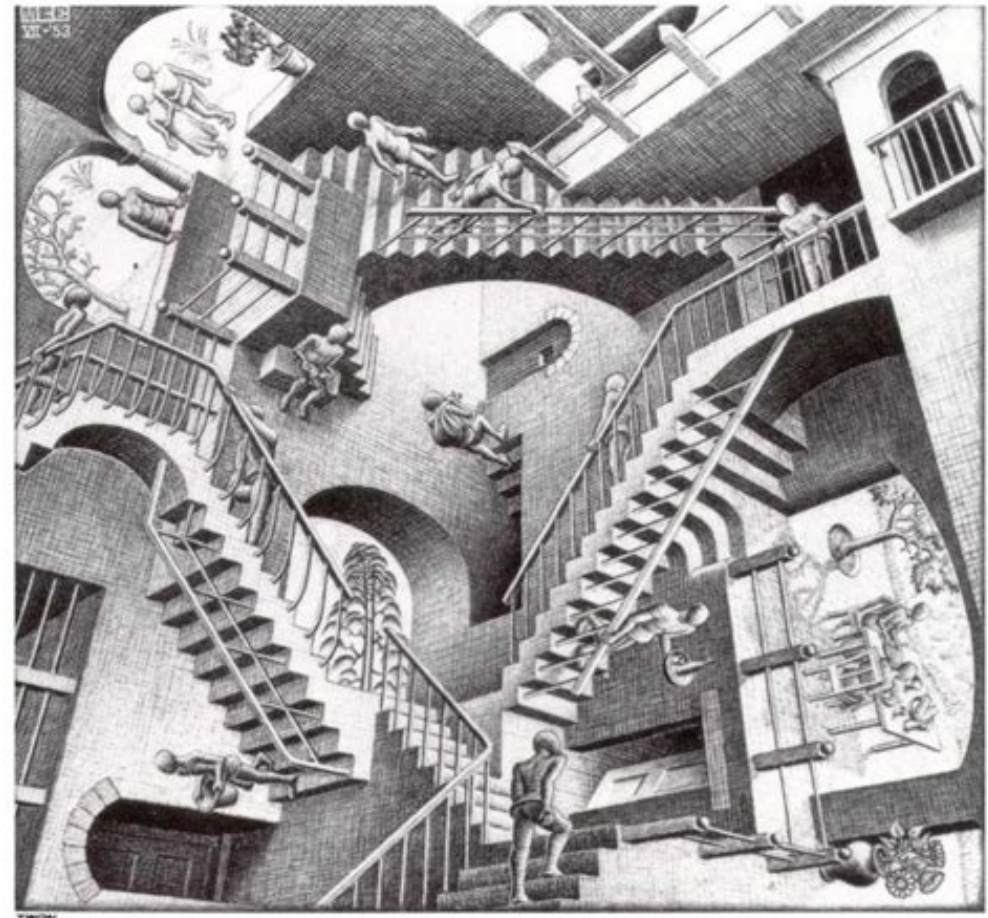
Imposibilidad Matemática

- **Imposibilidad matemática:**

- Demostrada via lógica formal y axiomas.
- Independiente de avances, recursos, creatividad.

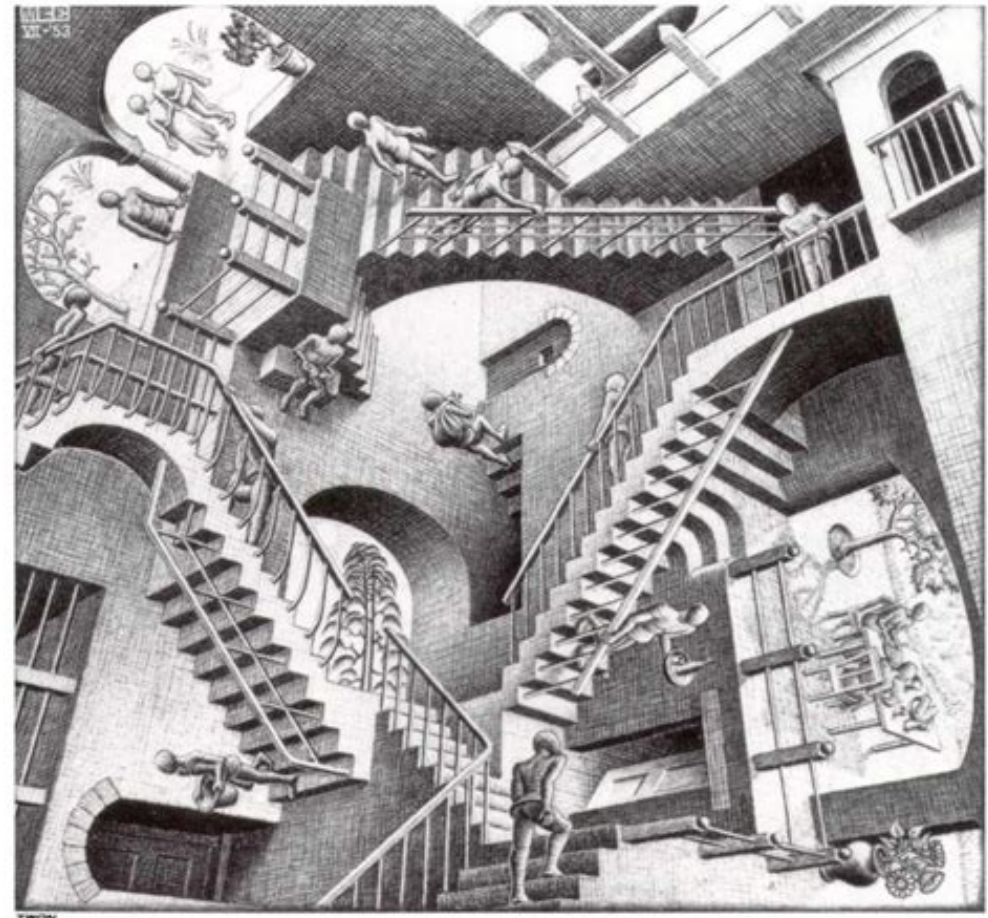
- **Convencer de lo posible:**

- Mostrar como hacer.



Imposibilidad Matemática

- **Imposibilidad matemática:**
 - Demostrada via lógica formal y axiomas.
 - Independiente de avances, recursos, creatividad.
- **Convencer de lo posible:**
 - Mostrar como hacer.
- **Convencer de que algo es imposible:**



Imposibilidad Matemática

- **Imposibilidad matemática:**

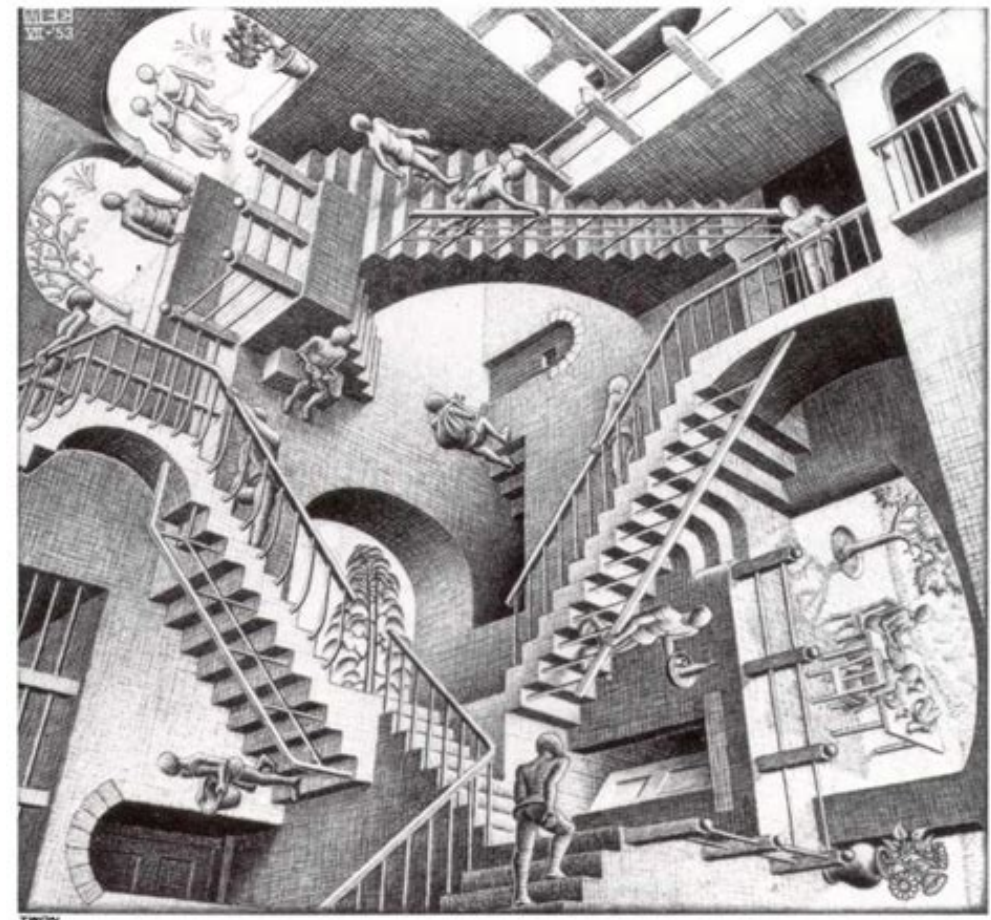
- Demostrada via lógica formal y axiomas.
- Independiente de avances, recursos, creatividad.

- **Convencer de lo posible:**

- Mostrar como hacer.

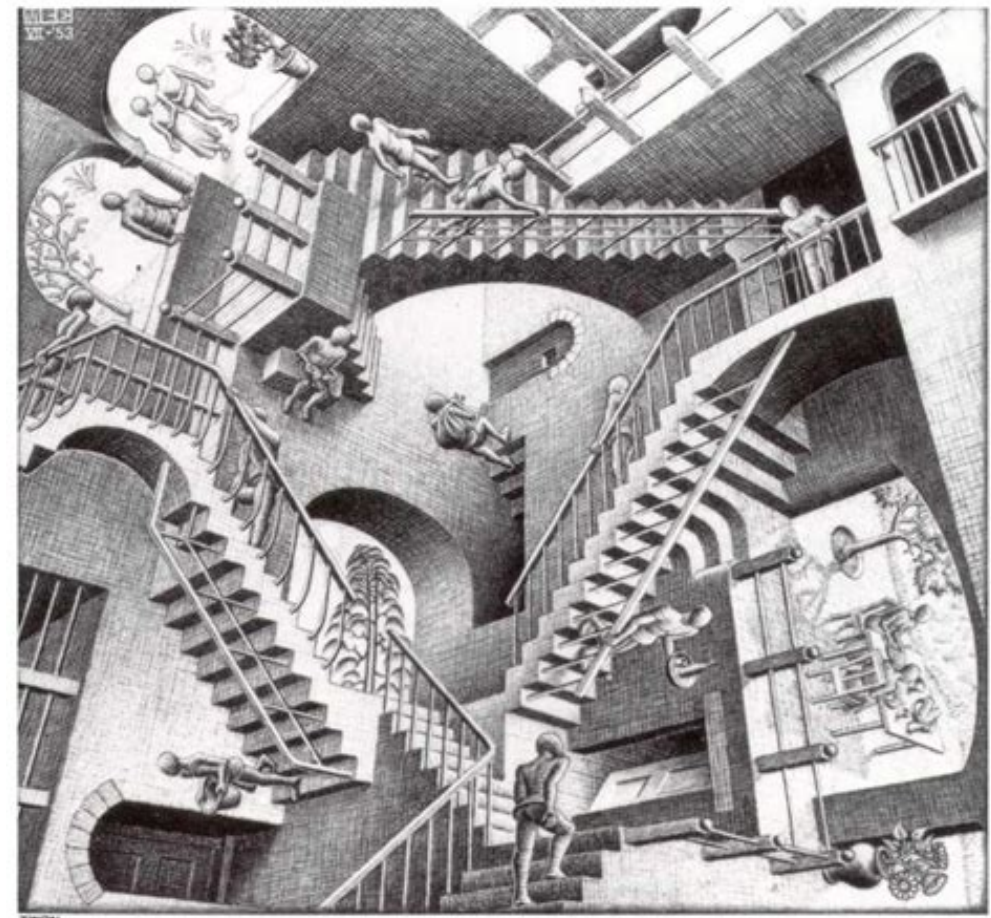
- **Convencer de que algo es imposible:**

- ??????



Imposibilidad Matemática

- **Imposibilidad matemática:**
 - Demostrada via lógica formal y axiomas.
 - Independiente de avances, recursos, creatividad.
- **Convencer de lo posible:**
 - Mostrar como hacer.
- **Convencer de que algo es imposible:**
 - ??????
- Invariantes



Imposibilidad Matemática

- **Imposibilidad matemática:**

- Demostrada via lógica formal y axiomas.
- Independiente de avances, recursos, creatividad.

- **Convencer de lo posible:**

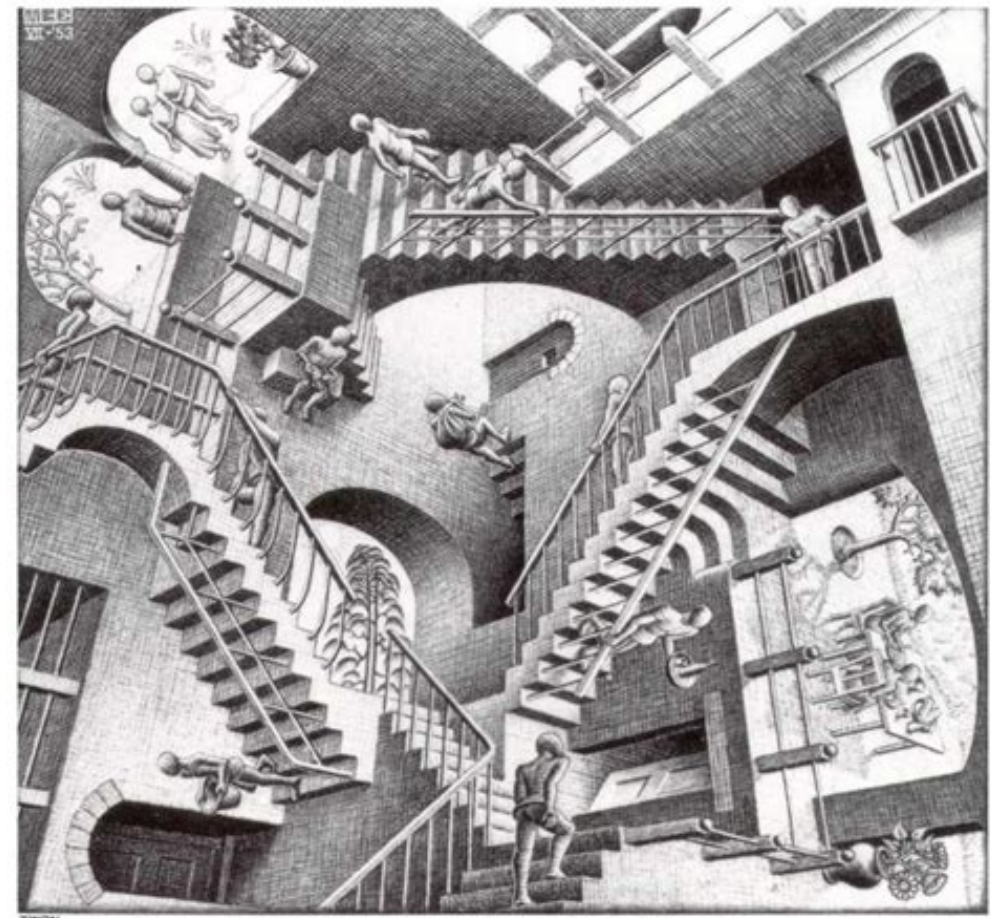
- Mostrar como hacer.

- **Convencer de que algo es imposible:**

- ??????

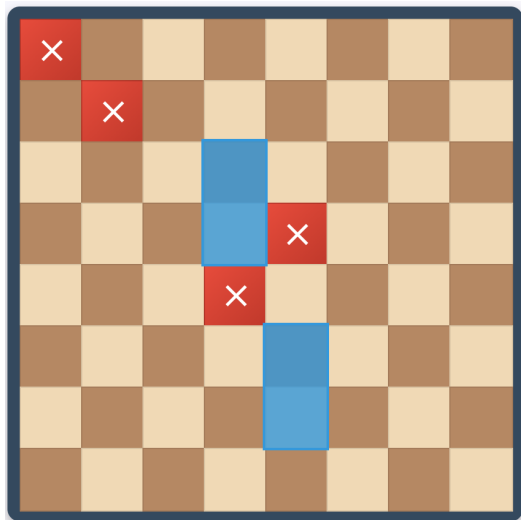
- Invariantes

- Análisis de juegos

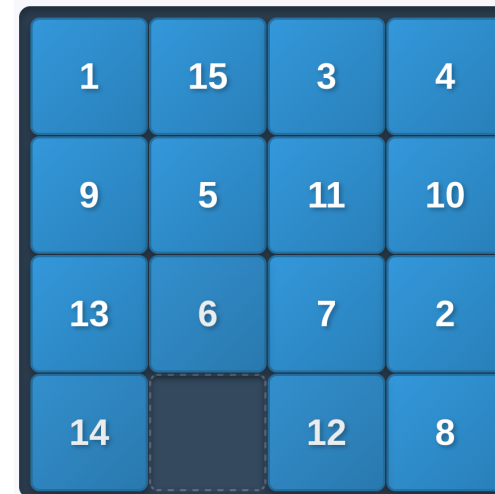


4 Puzzles Clásicos

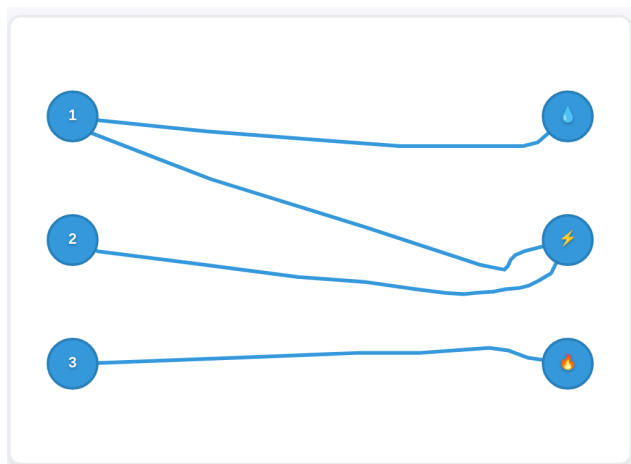
Tablero mutilado



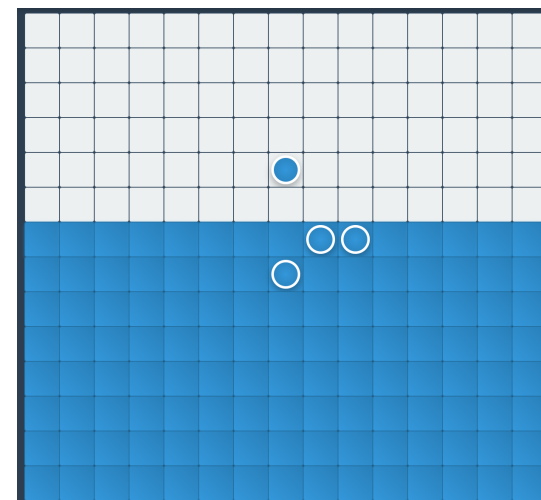
Puzzle-9 y Puzzle-15



3 Servicios

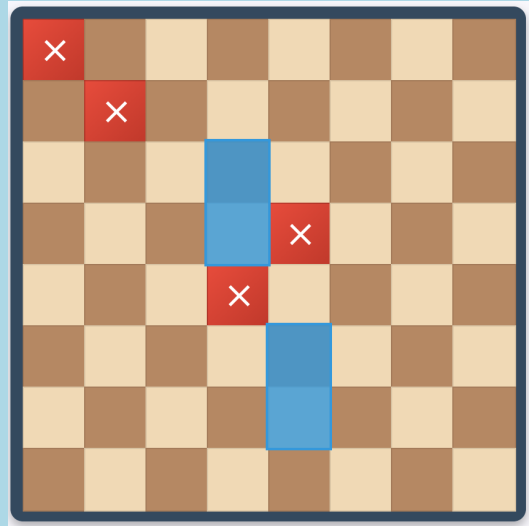


Soldados de Conway

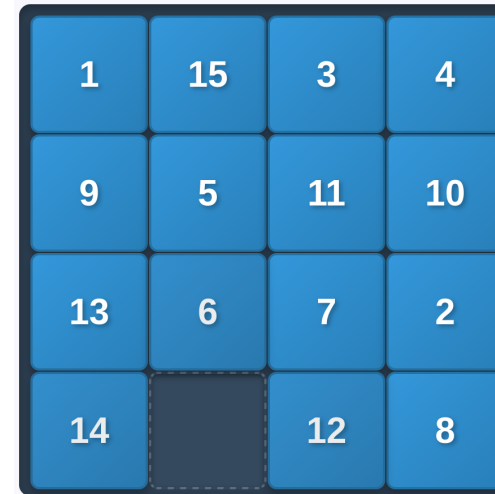


4 Puzzles Clásicos

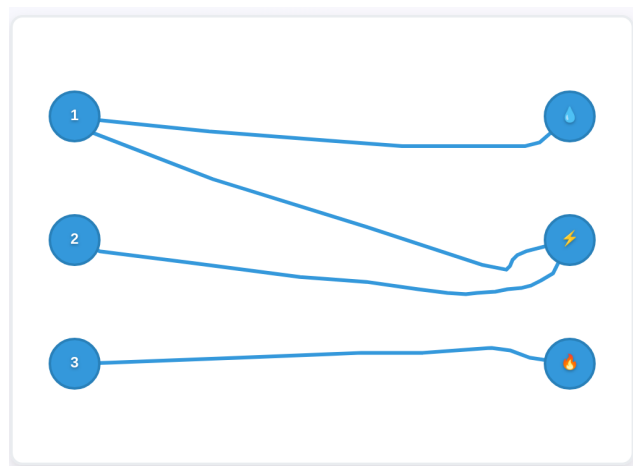
Tablero mutilado



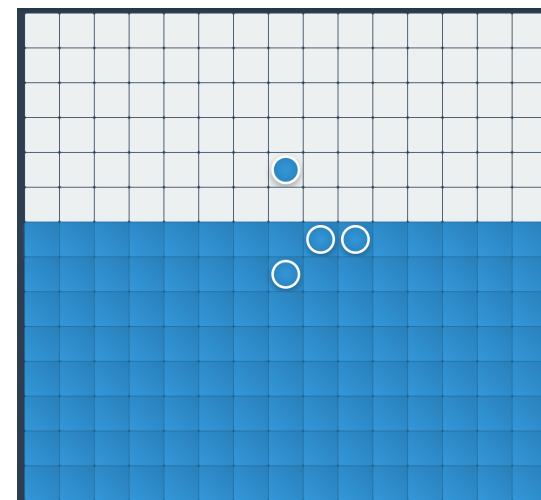
Puzzle-9 y Puzzle-15



3 Servicios



Soldados de Conway



Tablero mutilado



`amerino.cl/tablero`

Tablero 4



Tablero 4



- ¿Imposible?

Tablero 4

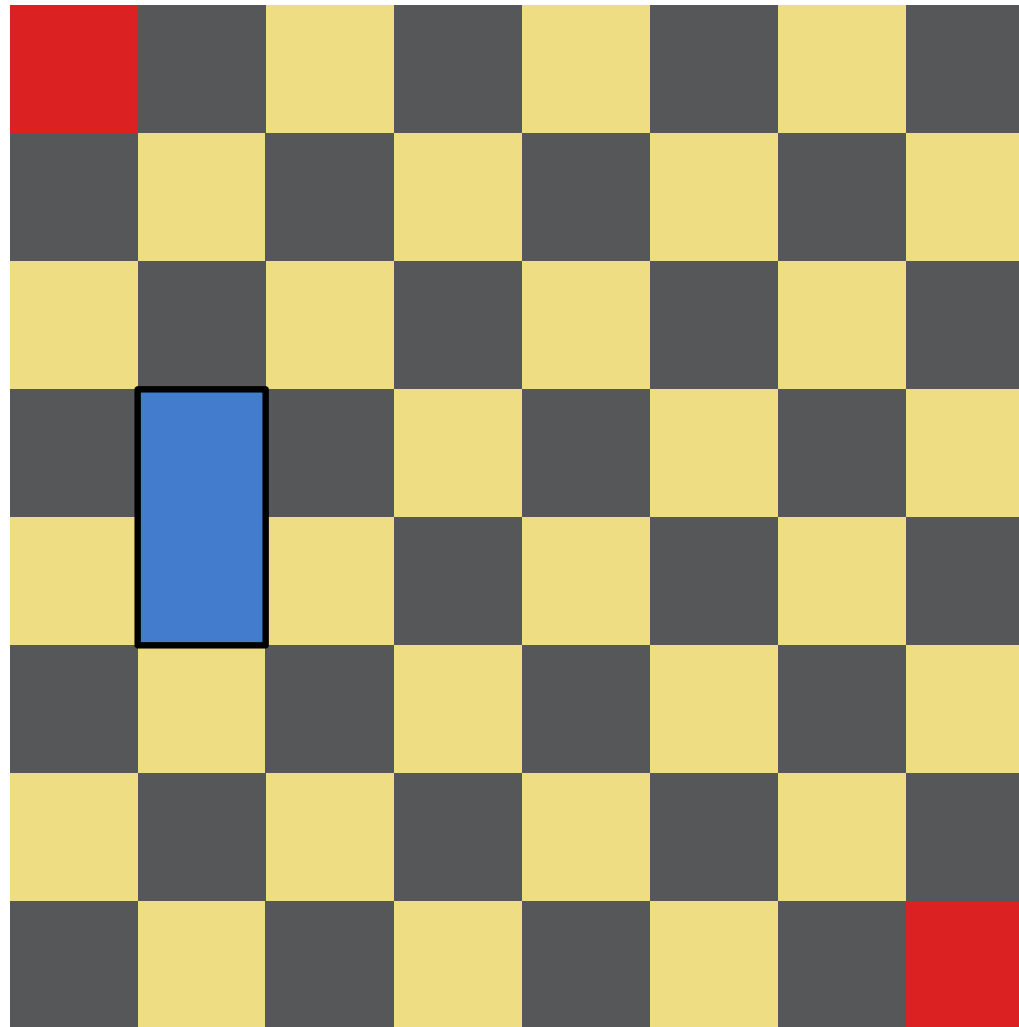


- **¿Imposible?**
- Busquemos un invariante

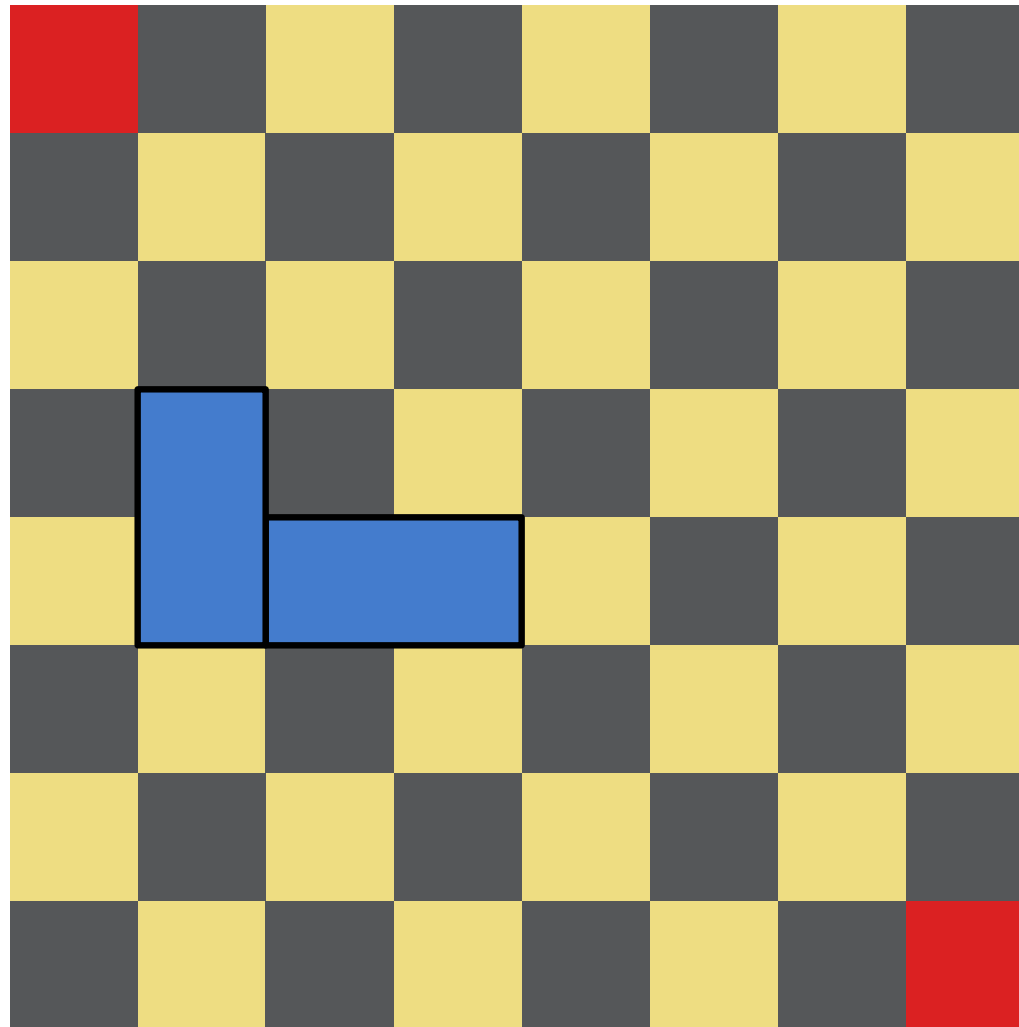
Tablero 4



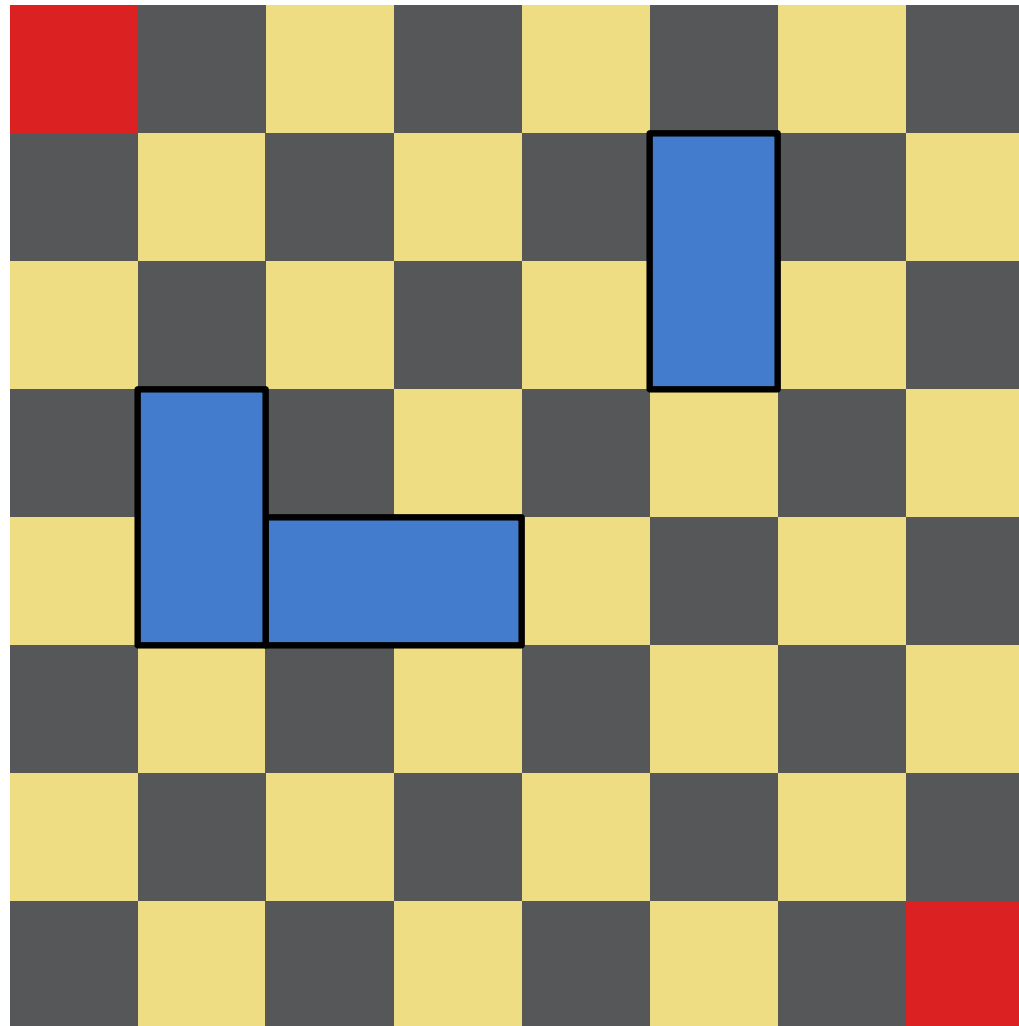
Tablero 4



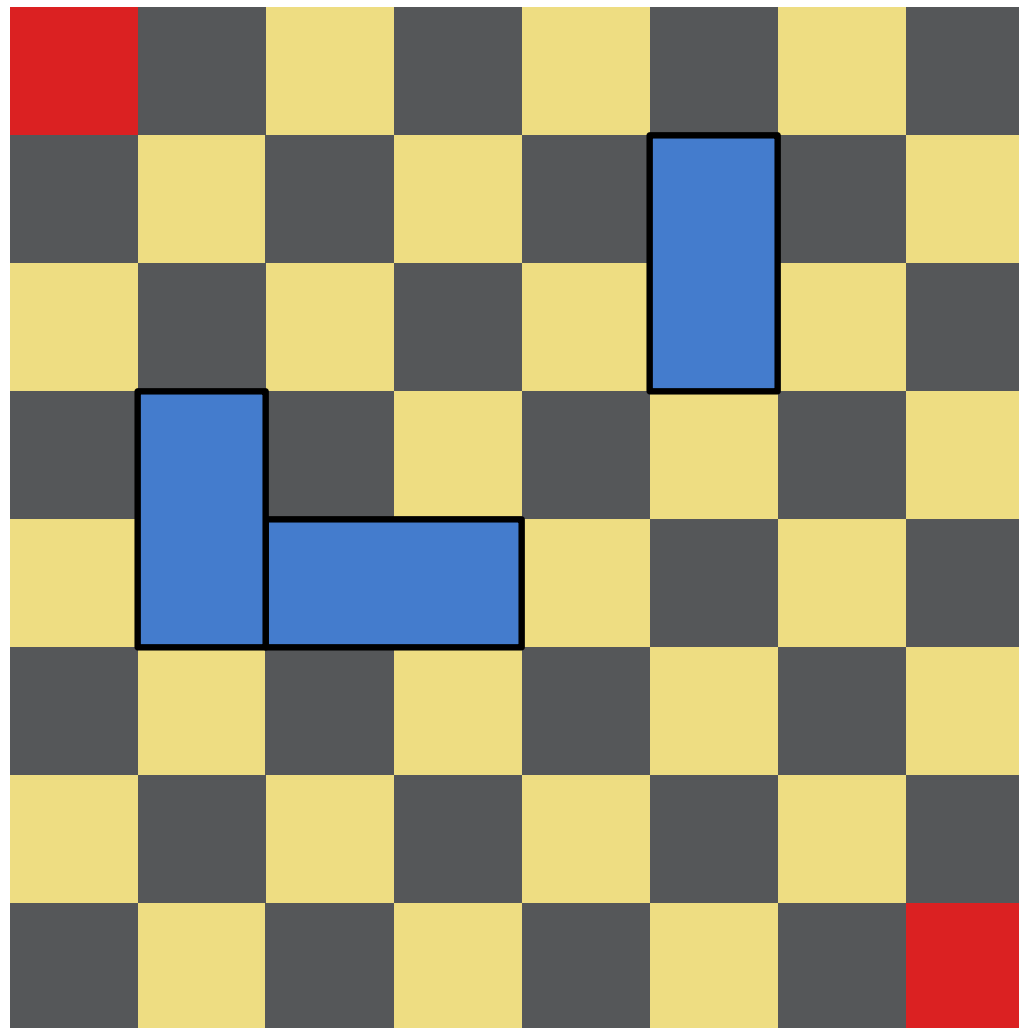
Tablero 4



Tablero 4

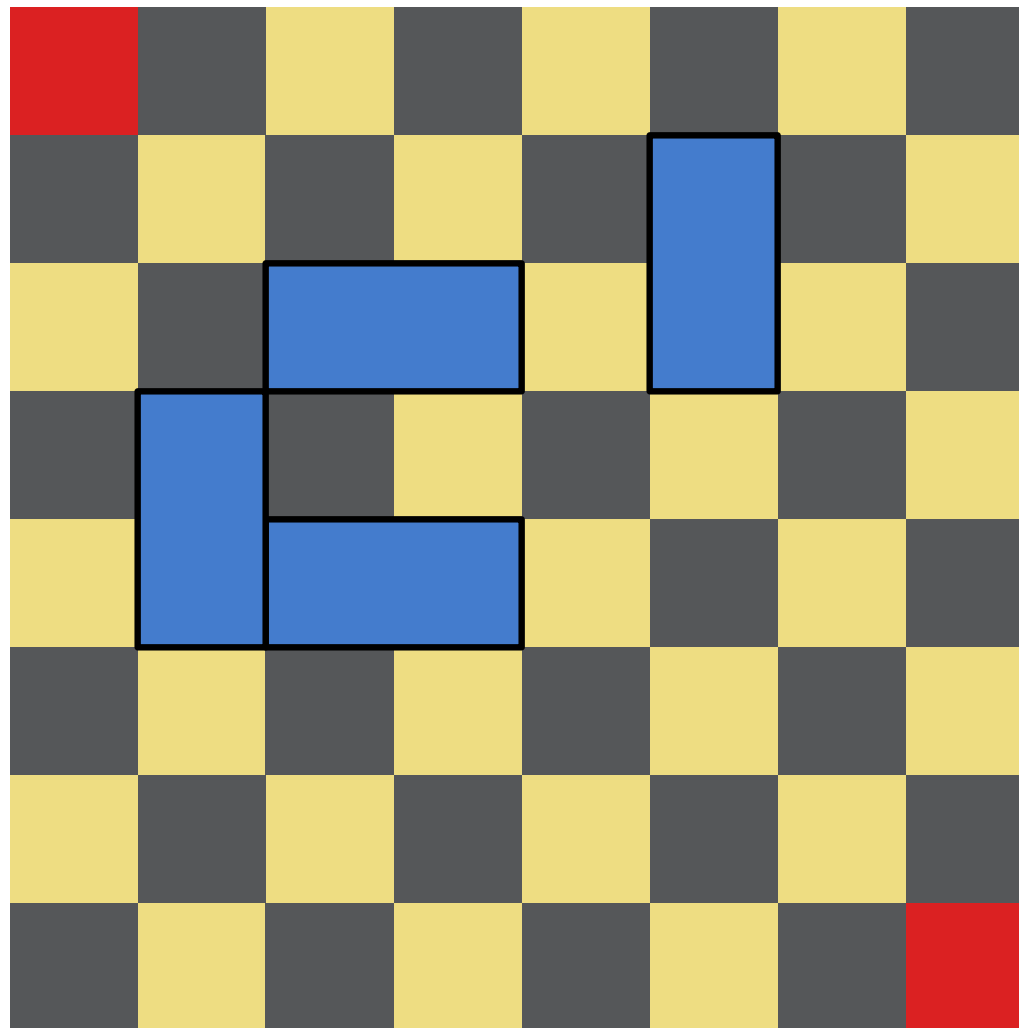


Tablero 4



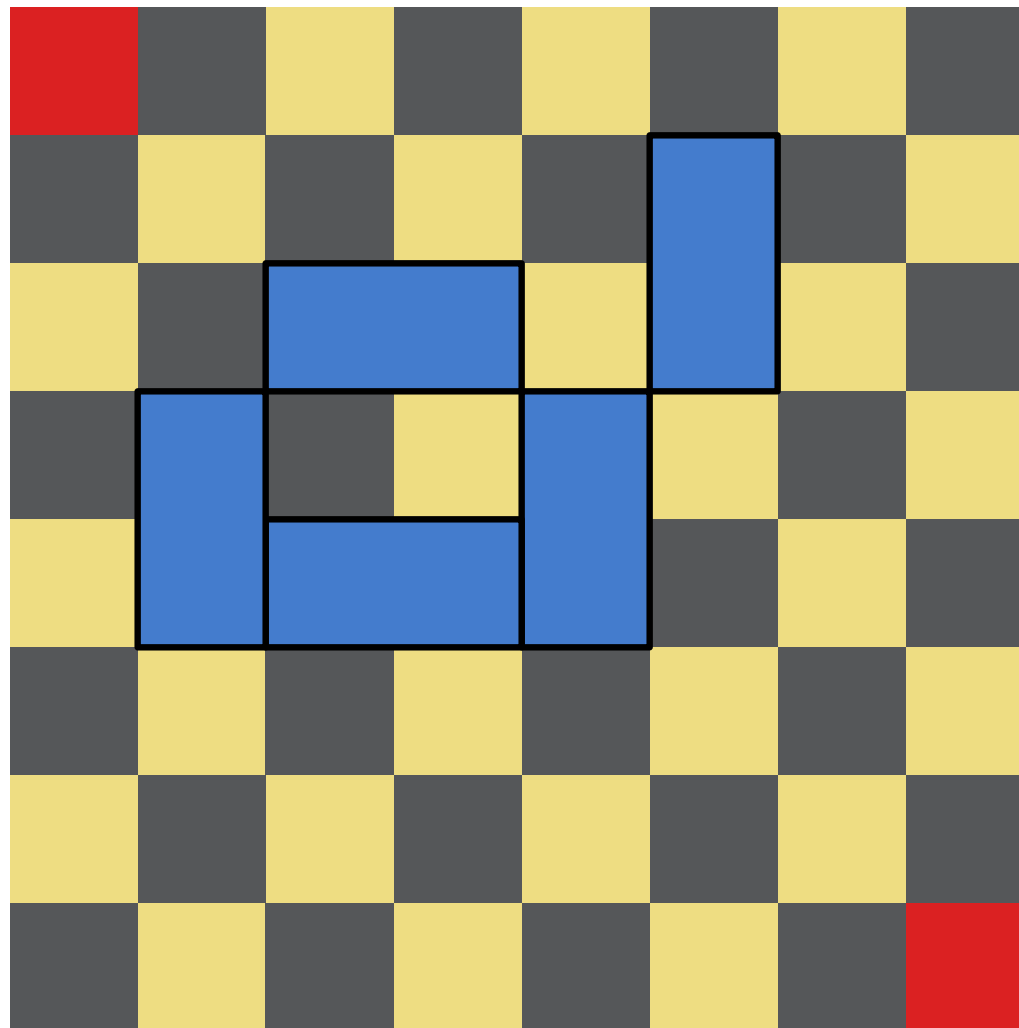
- ¿Cuántos casillas negras y blancas están cubiertas?

Tablero 4



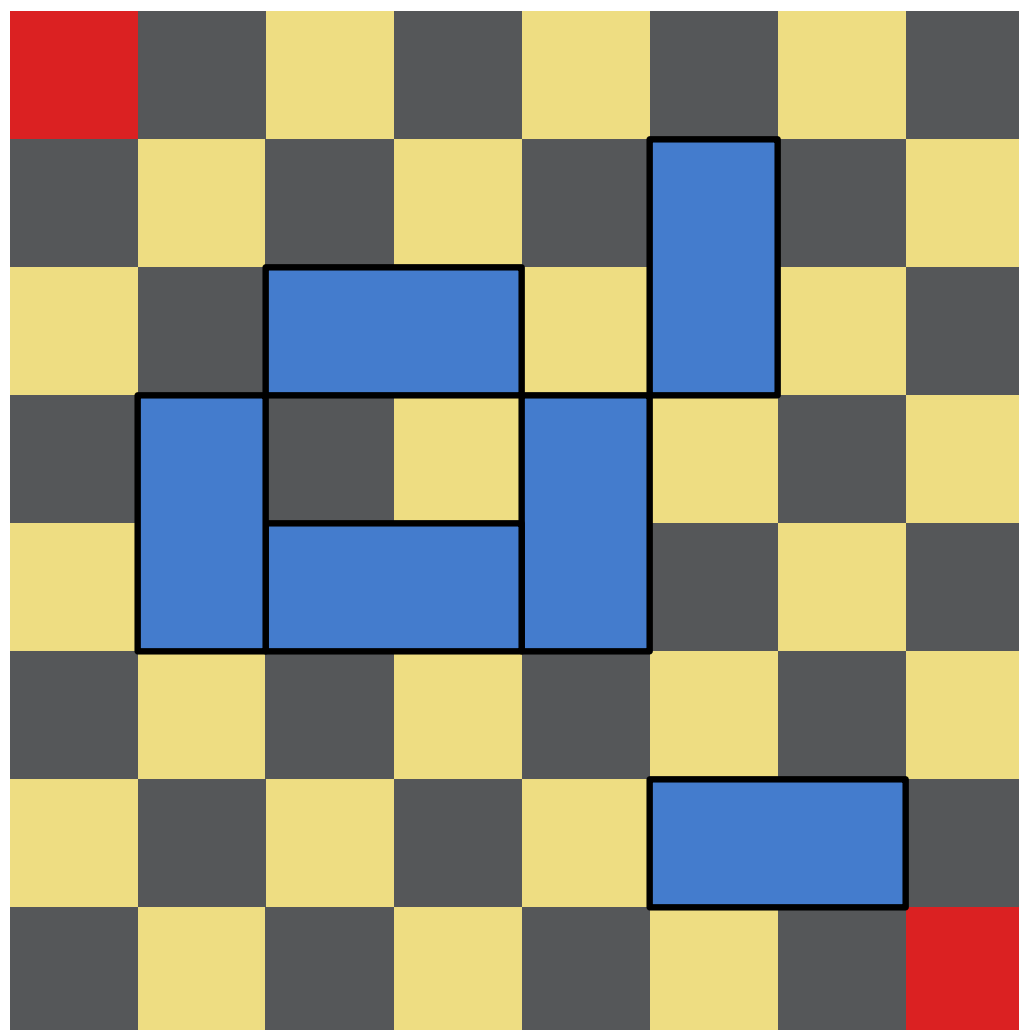
- ¿Cuántos casillas negras y blancas están cubiertas?

Tablero 4



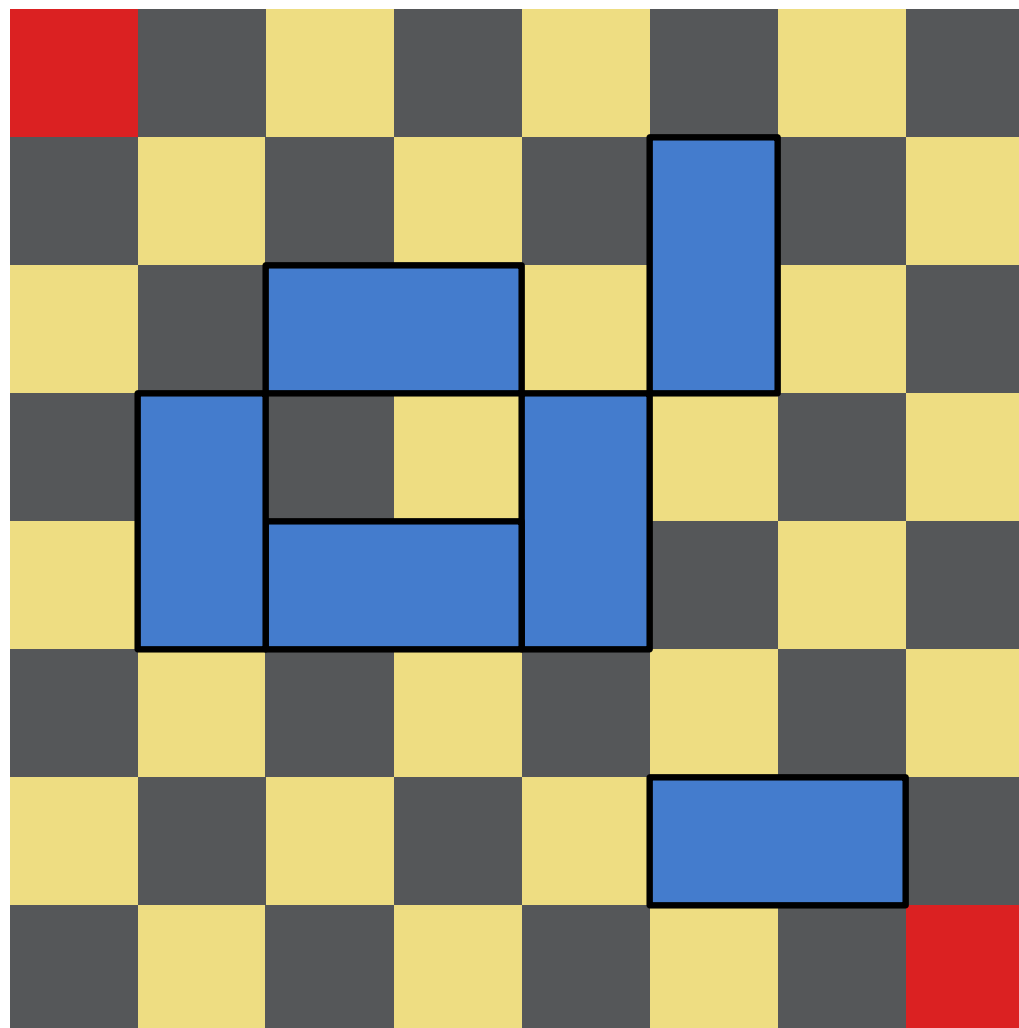
- ¿Cuántos casillas negras y blancas están cubiertas?

Tablero 4



- ¿Cuántos casillas negras y blancas están cubiertas?

Tablero 4

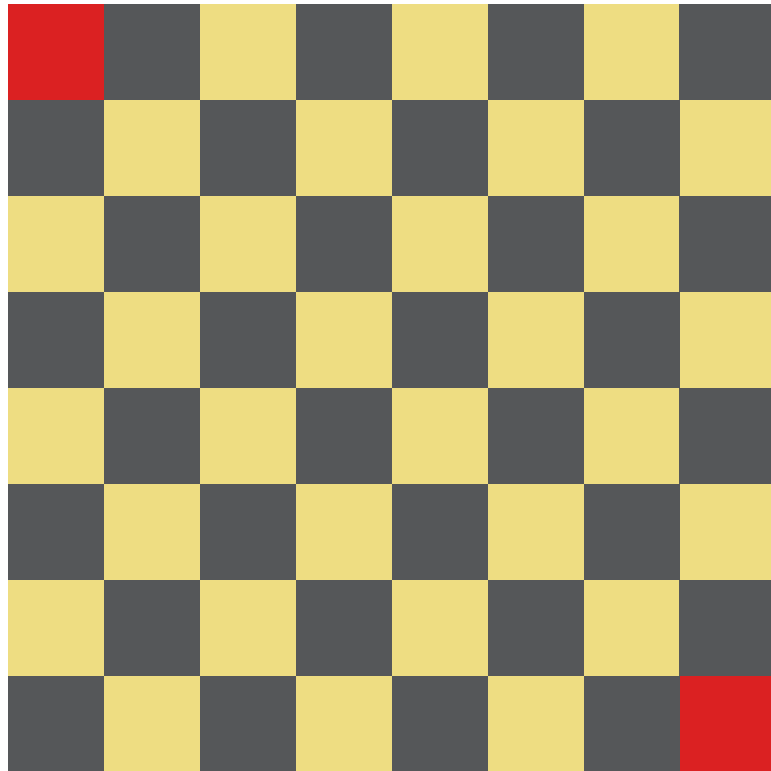


- ¿Cuántos casillas negras y blancas están cubiertas?

- **Invariante:**

$$\# \blacksquare \text{ cubiertos} = \# \blacksquare \text{ cubiertos}$$

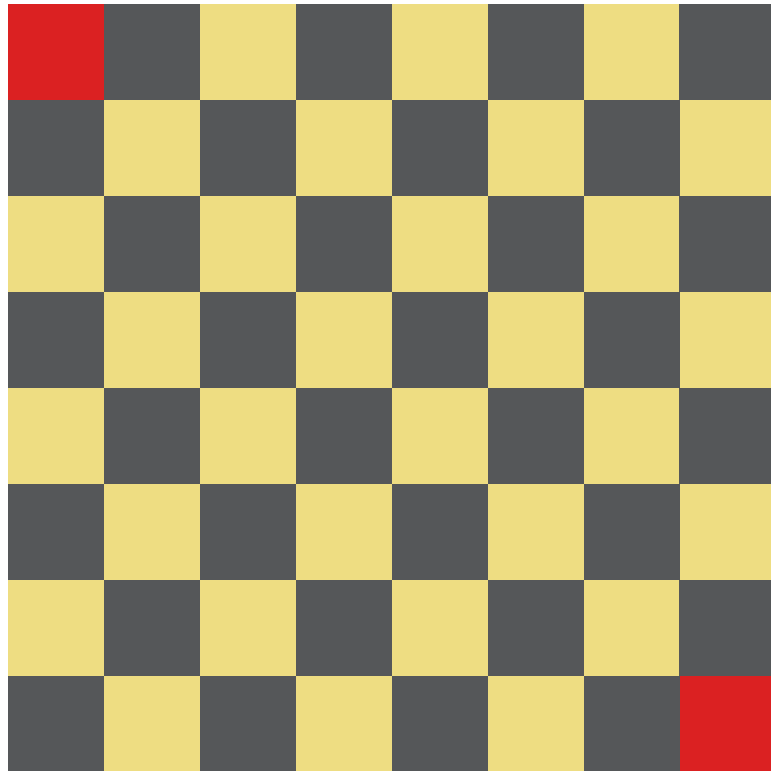
Contradicciones



Problema:

30 casillas blancas y
32 casillas negras.

Contradicciones

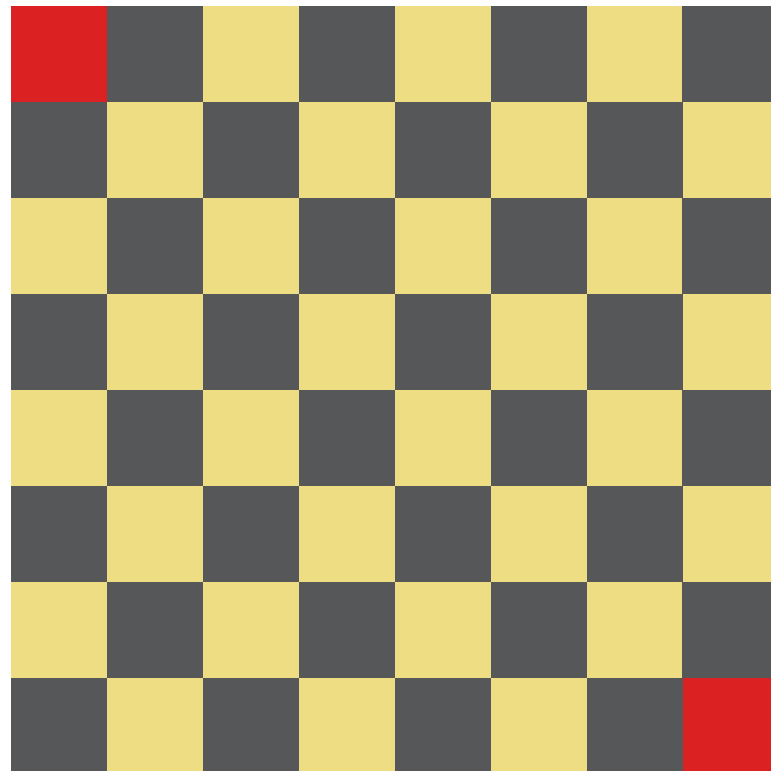


Problema:

30 casillas blancas y
32 casillas negras.

- Supongamos que existe una forma de cubrir el tablero con 31 dominos.

Contradicciones



Problema:

30 casillas blancas y
32 casillas negras.

- Supongamos que existe una forma de cubrir el tablero con 31 dominos.
- Por el invariante, cubriremos 31 casillas blancas y 31 negras.

Contradicciones

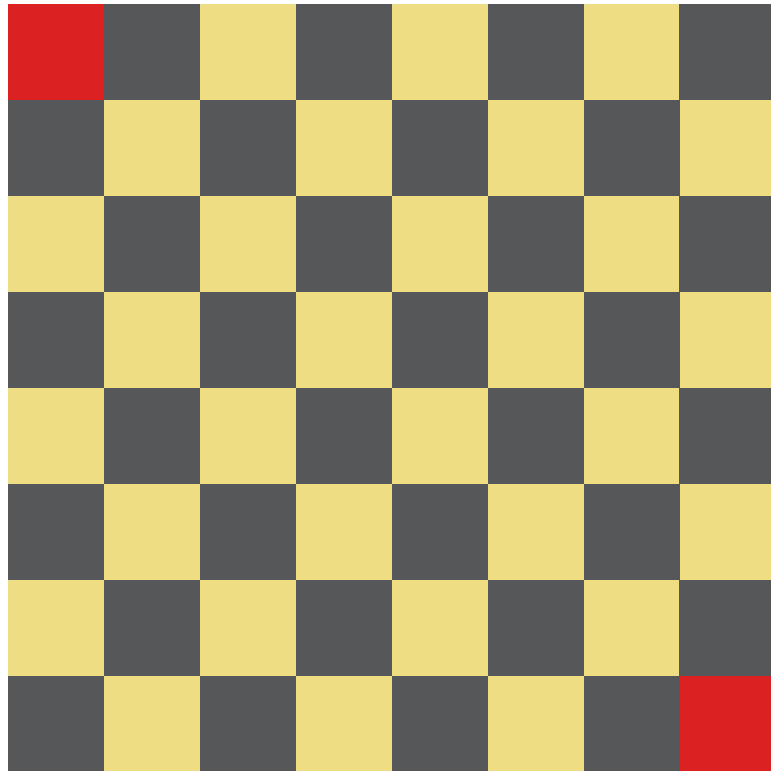


Problema:

30 casillas blancas y
32 casillas negras.

- Supongamos que existe una forma de cubrir el tablero con 31 dominos.
- Por el invariante, cubriremos 31 casillas blancas y 31 negras.
- El tablero tiene 30 blancos y 32 negros.

Contradicciones

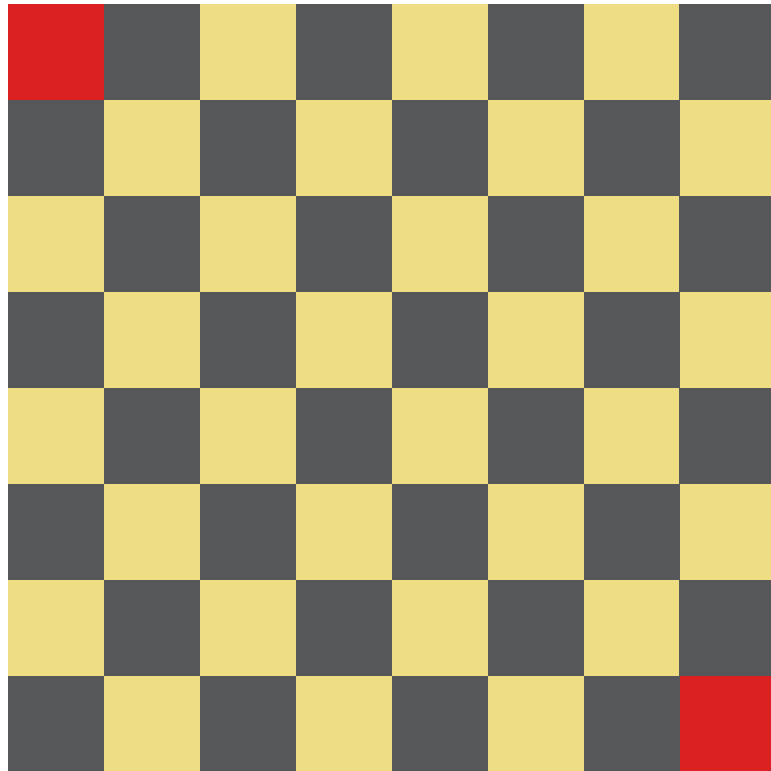


Problema:

30 casillas blancas y
32 casillas negras.

- Supongamos que existe una forma de cubrir el tablero con 31 dominos.
- Por el invariante, cubriremos 31 casillas blancas y 31 negras.
- El tablero tiene 30 blancos y 32 negros.
- **Contradicción:** el supuesto debe estar incorrecto.

Contradicciones

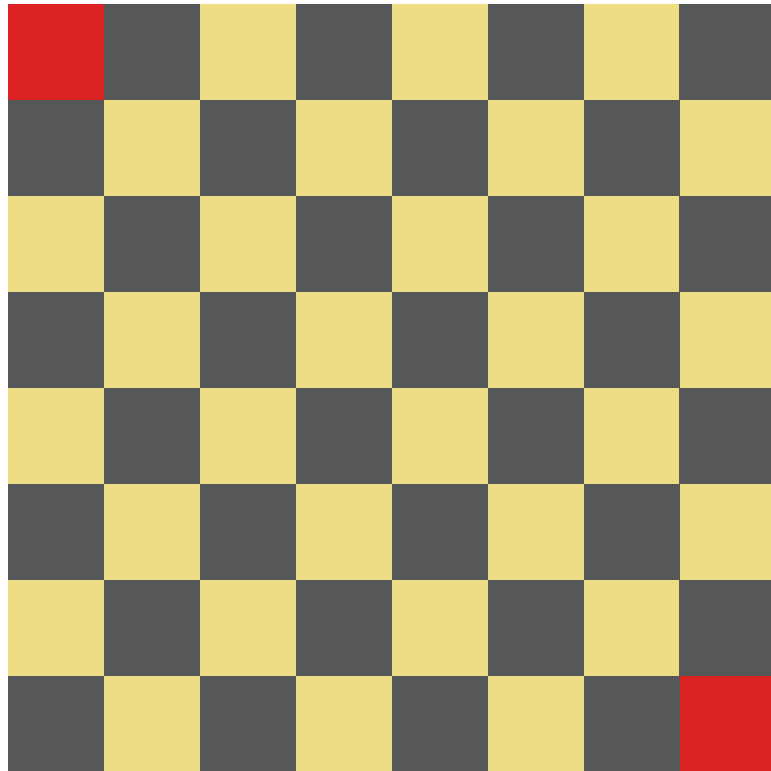


Problema:

30 casillas blancas y
32 casillas negras.

- Supongamos que existe una forma de cubrir el tablero con 31 dominos.
- Por el invariante, cubriremos 31 casillas blancas y 31 negras.
- El tablero tiene 30 blancos y 32 negros.
- **Contradicción:** el supuesto debe estar incorrecto.

Contradicciones



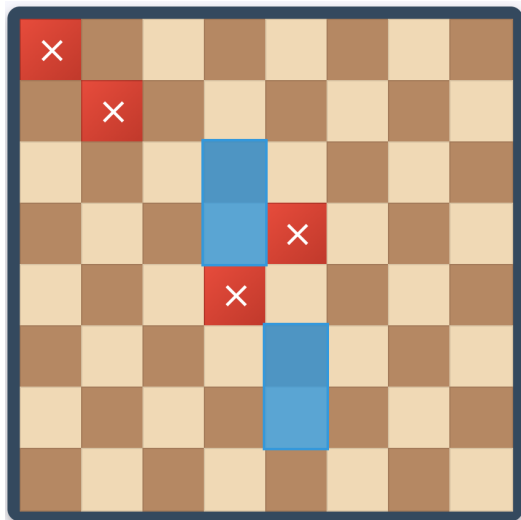
Problema:

30 casillas blancas y
32 casillas negras.

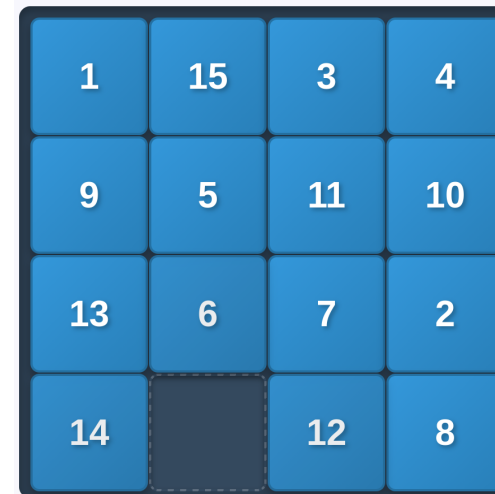
- Supongamos que existe una forma de cubrir el tablero con 31 dominos.
- Por el invariante, cubriremos 31 casillas blancas y 31 negras.
- El tablero tiene 30 blancos y 32 negros.
- **Contradicción:** el supuesto debe estar incorrecto.
- **Es imposible** cubrir el tablero.

4 Puzzles Clásicos

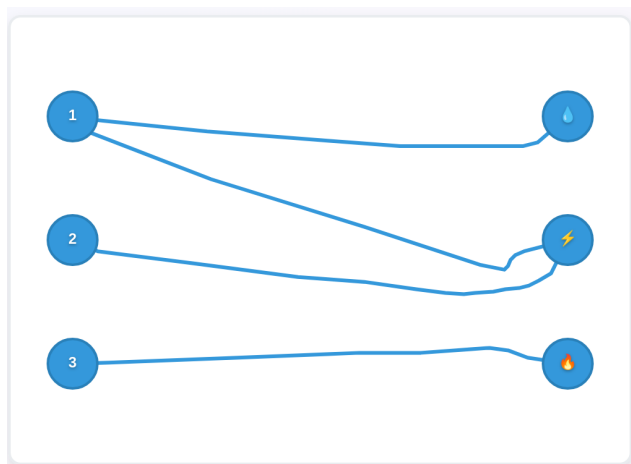
Tablero mutilado



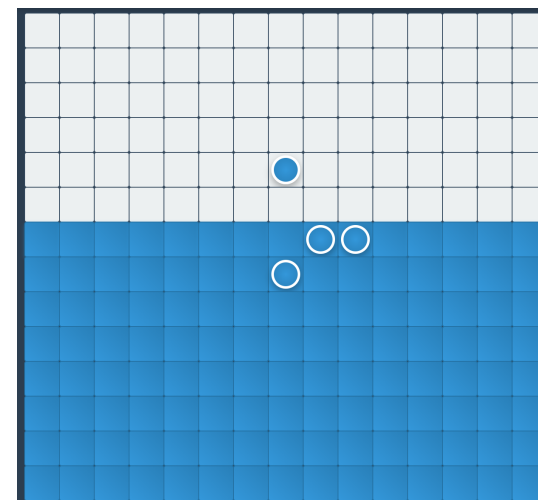
Puzzle-9 y Puzzle-15



3 Servicios

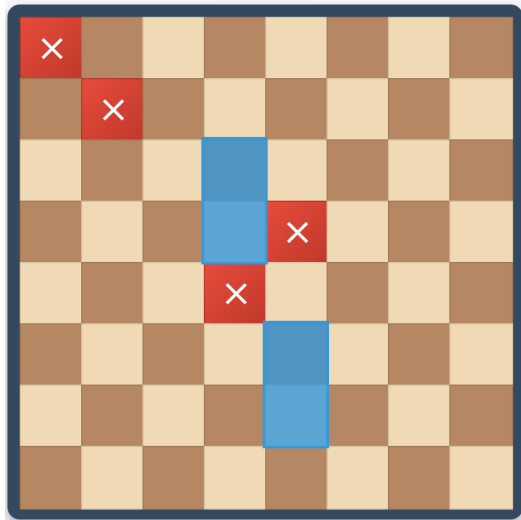


Soldados de Conway



4 Puzzles Clásicos

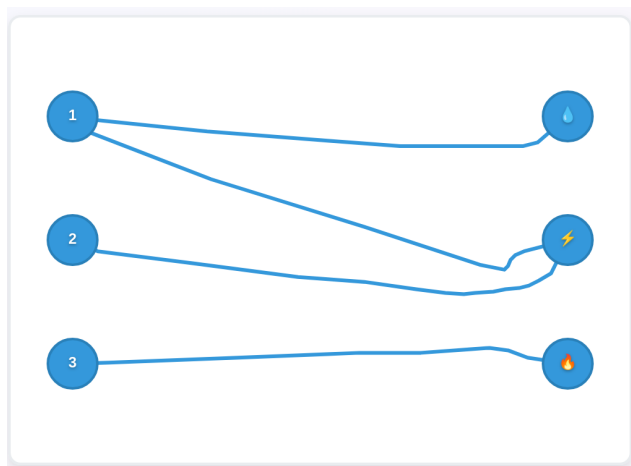
Tablero mutilado



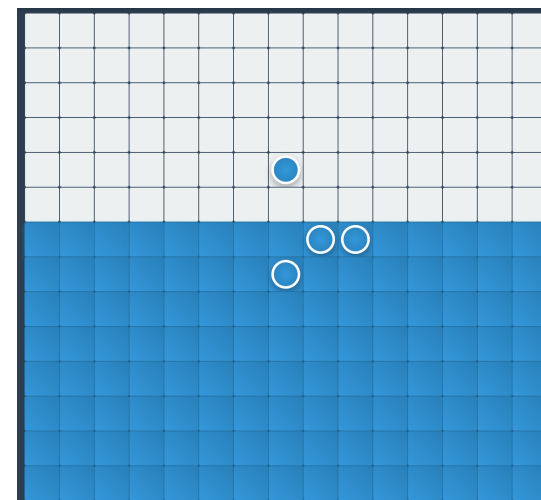
Puzzle-9 y Puzzle-15



3 Servicios



Soldados de Conway



Puzzle-9 y Puzzle-15



`amerino.cl/15puzzle`

7-8 Intercambiados

1	2	3
4	5	6
8	7	

7-8 Intercambiados

1	2	3
4	5	6
8	7	

- ¿Imposible?

7-8 Intercambiados

1	2	3
4	5	6
8	7	

- **¿Imposible?**
- Búsquemos un invariante.

7-8 Intercambiados

1	2	3
4	5	6
8	7	

- **¿Imposible?**
- Búsquemos un invariante.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Largo de la secuencia

- **Observación:** se debe usar un número par de movimientos.

Largo de la secuencia

- **Observación:** se debe usar un número par de movimientos.

1	2	3
4	5	6
8	7	9

Largo de la secuencia

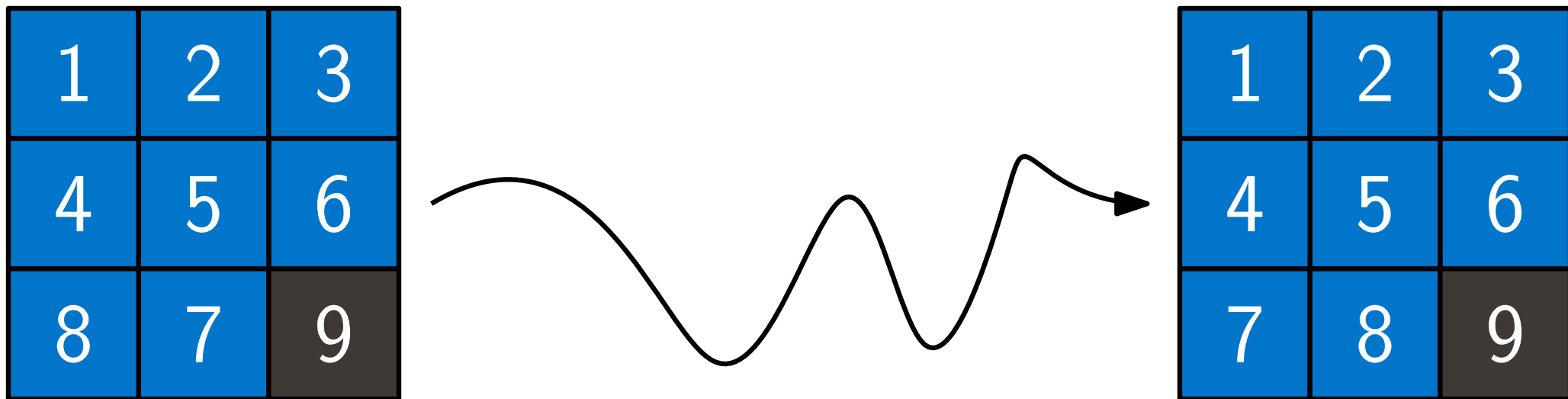
- **Observación:** se debe usar un número par de movimientos.

1	2	3
4	5	6
8	7	9

1	2	3
4	5	6
7	8	9

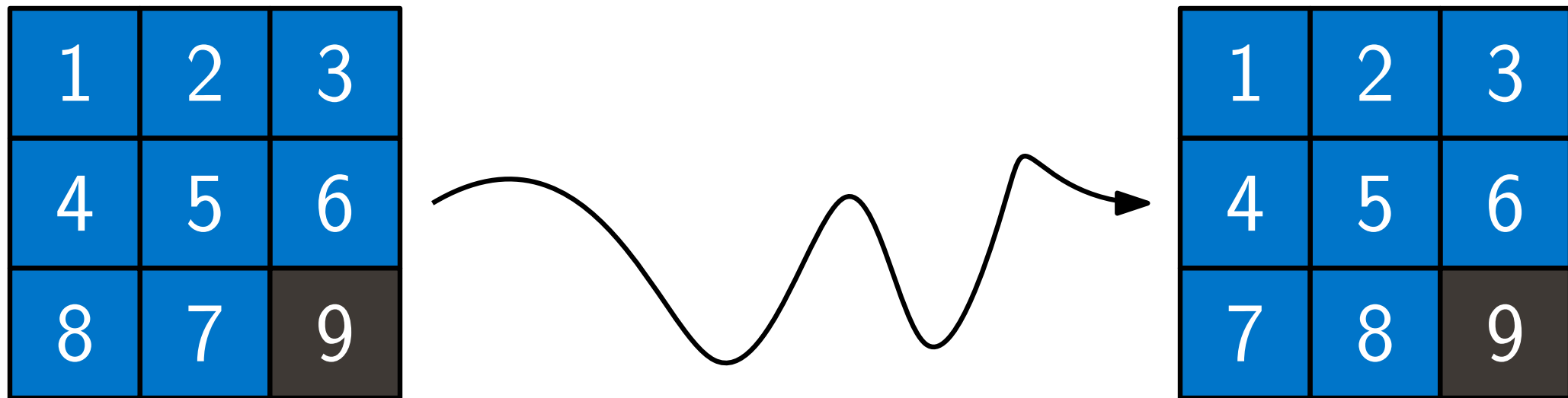
Largo de la secuencia

- **Observación:** se debe usar un número par de movimientos.



Largo de la secuencia

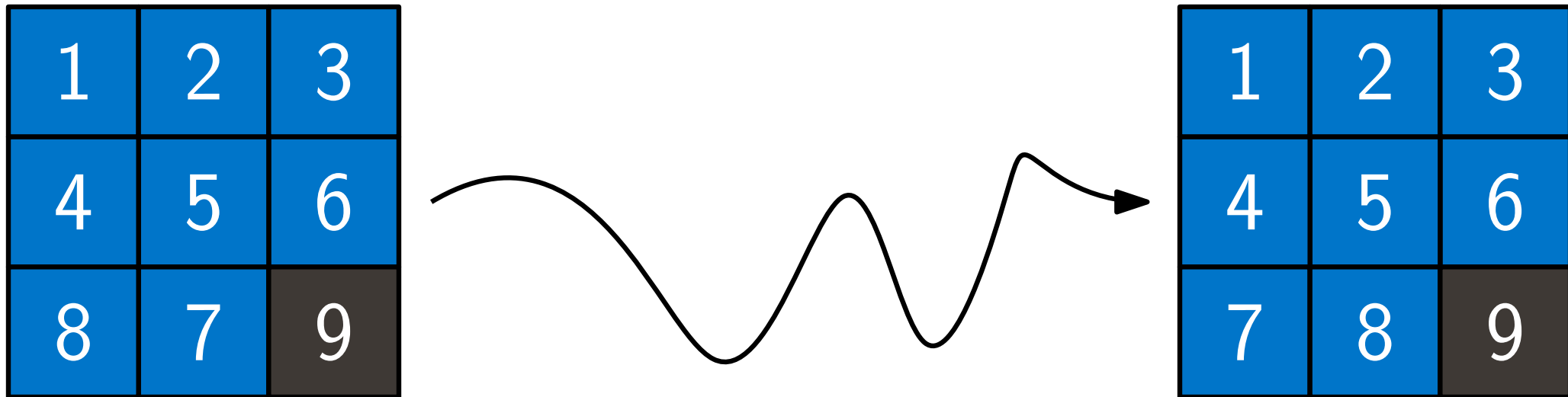
- **Observación:** se debe usar un número par de movimientos.



- $\#$ movimientos Arriba = $\#$ movimientos Abajo

Largo de la secuencia

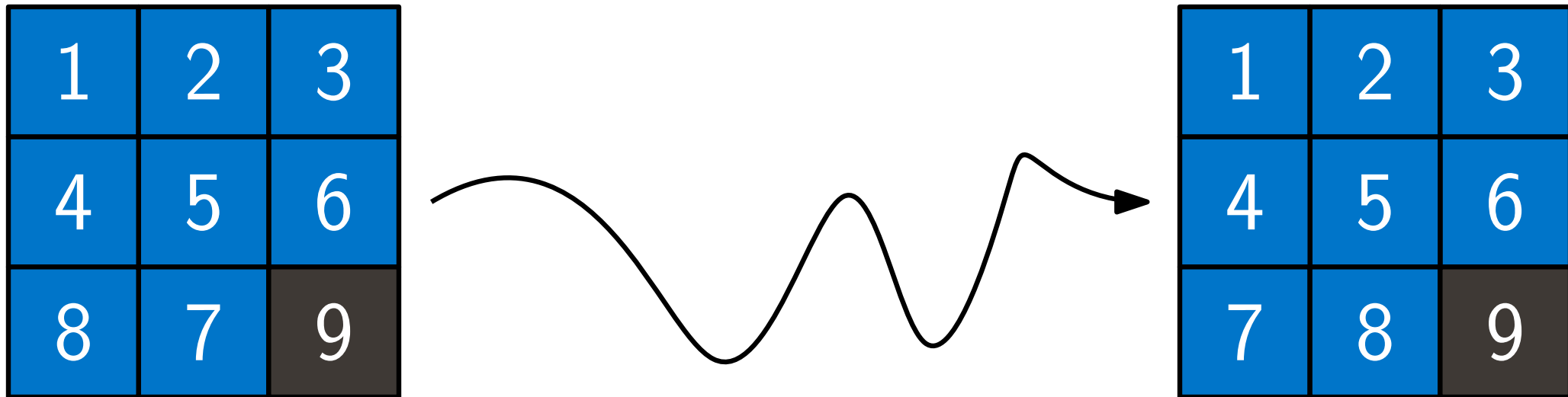
- **Observación:** se debe usar un número par de movimientos.



- $\#$ movimientos Arriba = $\#$ movimientos Abajo
- $\#$ movimientos Izquierda = $\#$ movimientos Derecha

Largo de la secuencia

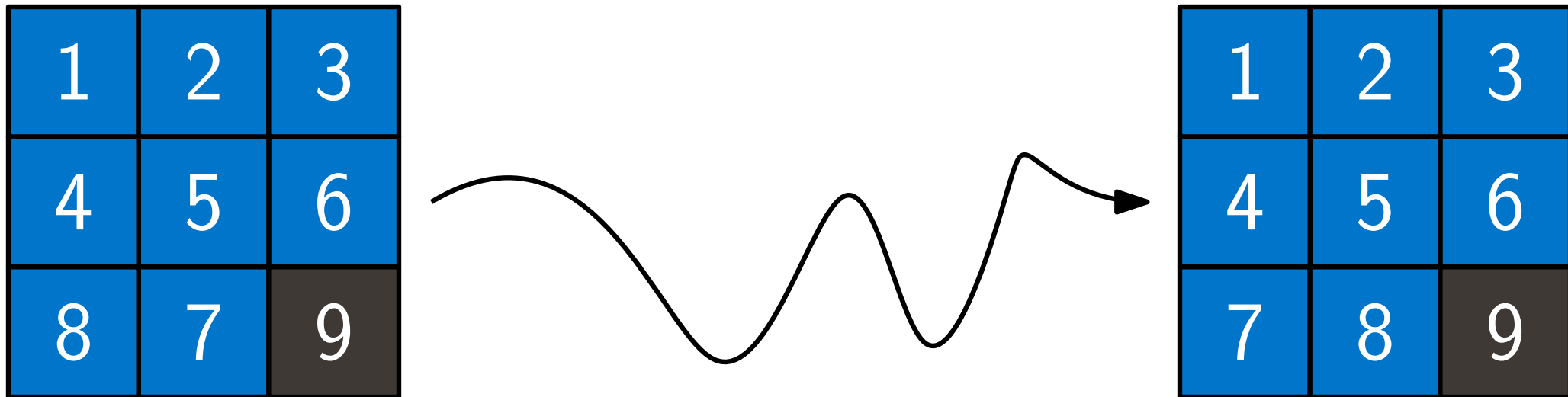
- **Observación:** se debe usar un número par de movimientos.



- $\#$ movimientos Arriba = $\#$ movimientos Abajo
- $\#$ movimientos Izquierda = $\#$ movimientos Derecha
- $\#$ movimientos = Arriba + Abajo + Izquierda + Derecha

Largo de la secuencia

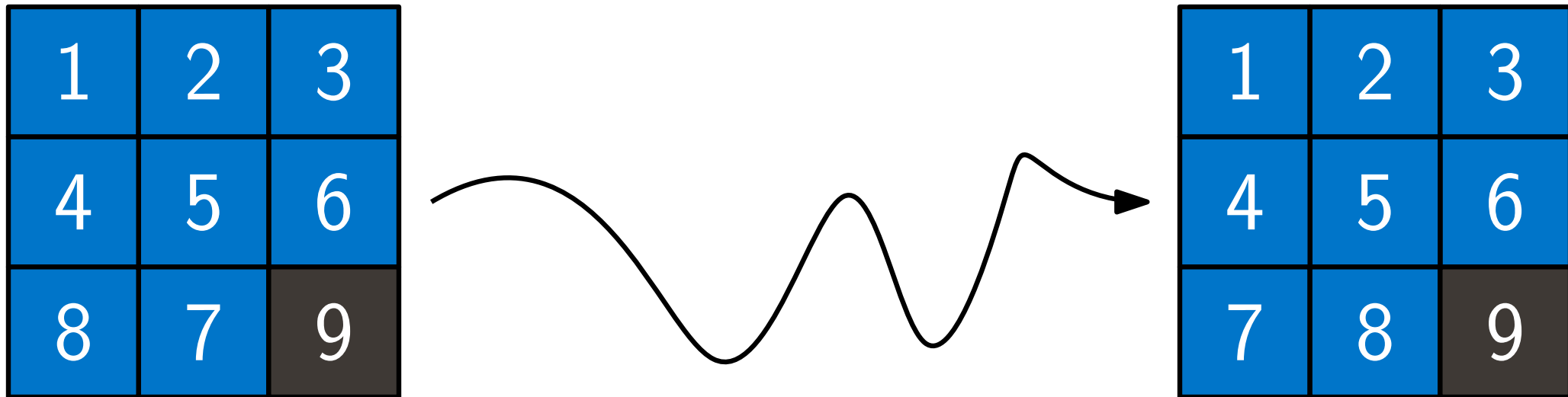
- **Observación:** se debe usar un número par de movimientos.



- $\#$ movimientos Arriba = $\#$ movimientos Abajo
- $\#$ movimientos Izquierda = $\#$ movimientos Derecha
- $\#$ movimientos = Arriba + Abajo + Izquierda + Derecha
= $2 \cdot$ Arriba + $2 \cdot$ Izquierda

Largo de la secuencia

- **Observación:** se debe usar un número par de movimientos.



- $\#$ movimientos Arriba = $\#$ movimientos Abajo
- $\#$ movimientos Izquierda = $\#$ movimientos Derecha
- $\#$ movimientos = Arriba + Abajo + Izquierda + Derecha
= $2 \cdot$ Arriba + $2 \cdot$ Izquierda
= $2 \cdot$ (Arriba + Izquierda)

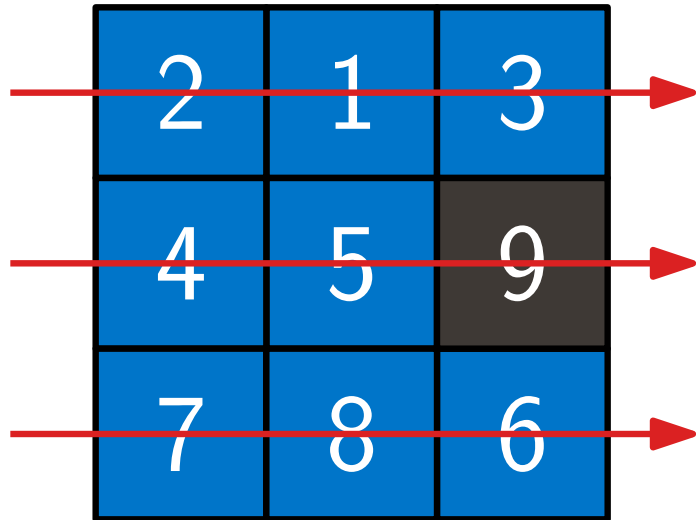
Inversiones

- **Inversión:** pares de fichas en orden incorrecto.

2	1	3
4	5	9
7	8	6

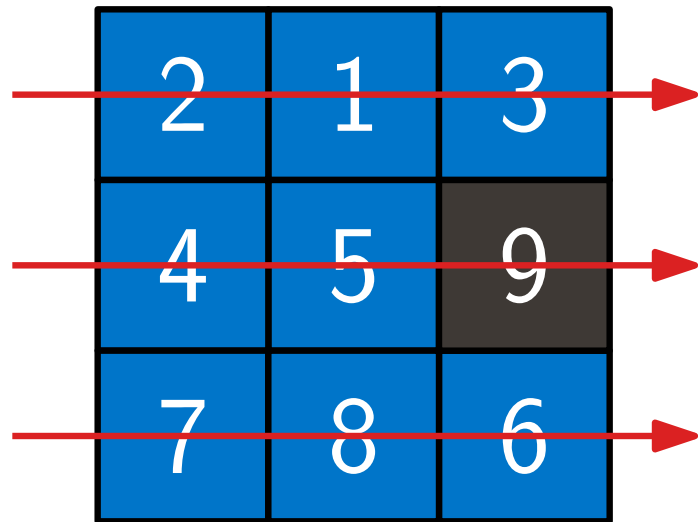
Inversiones

- **Inversión:** pares de fichas en orden incorrecto.



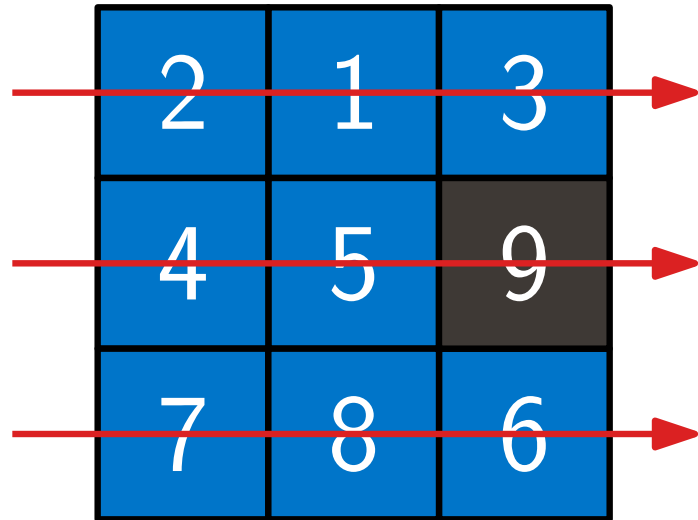
Inversiones

- **Inversión:** pares de fichas en orden incorrecto.



Inversiones

- **Inversión:** pares de fichas en orden incorrecto.

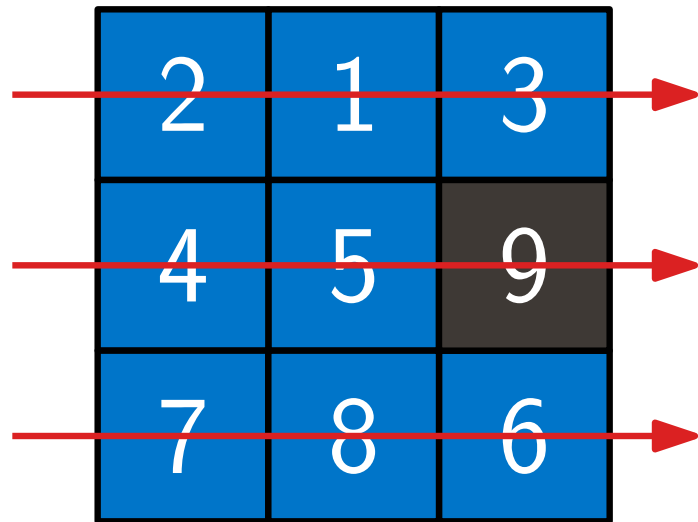


Inversiones:
21 97 98 96 76 86



Inversiones

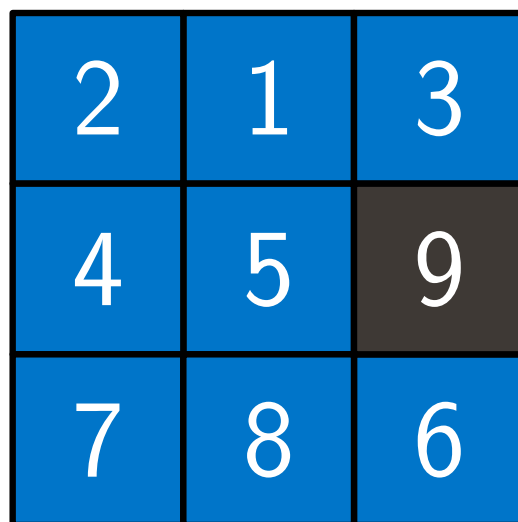
- **Inversión:** pares de fichas en orden incorrecto.



Inversiones:
21 97 98 96 76 86



- **Paridad** del número de inversiones.



Inversiones

- **Inversión:** pares de fichas en orden incorrecto.

2	1	3
4	5	9
7	8	6

Inversiones:

21 97 98 96 76 86

2	1	3	4	5	9	7	8	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

- **Paridad** del número de inversiones.

2	1	3
4	5	9
7	8	6

Tablero par

Inversiones

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Inversiones

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Inversiones:

Tablero par

Inversiones

1	2	3
4	5	6
7	8	9

1	2	3
4	5	6
8	7	9

Inversiones:

Tablero par

Inversiones

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Inversiones:

Tablero par

1	2	3
4	5	6
8	7	9

Inversiones:

87

Tablero impar

Inversiones

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Inversiones:

Tablero par

1	2	3
4	5	6
8	7	9

Inversiones:

87

Tablero impar

9	1	2
3	4	5
6	7	8

Inversiones

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Inversiones:

Tablero par

1	2	3
4	5	6
8	7	9

Inversiones:

87

Tablero impar

9	1	2
3	4	5
6	7	8

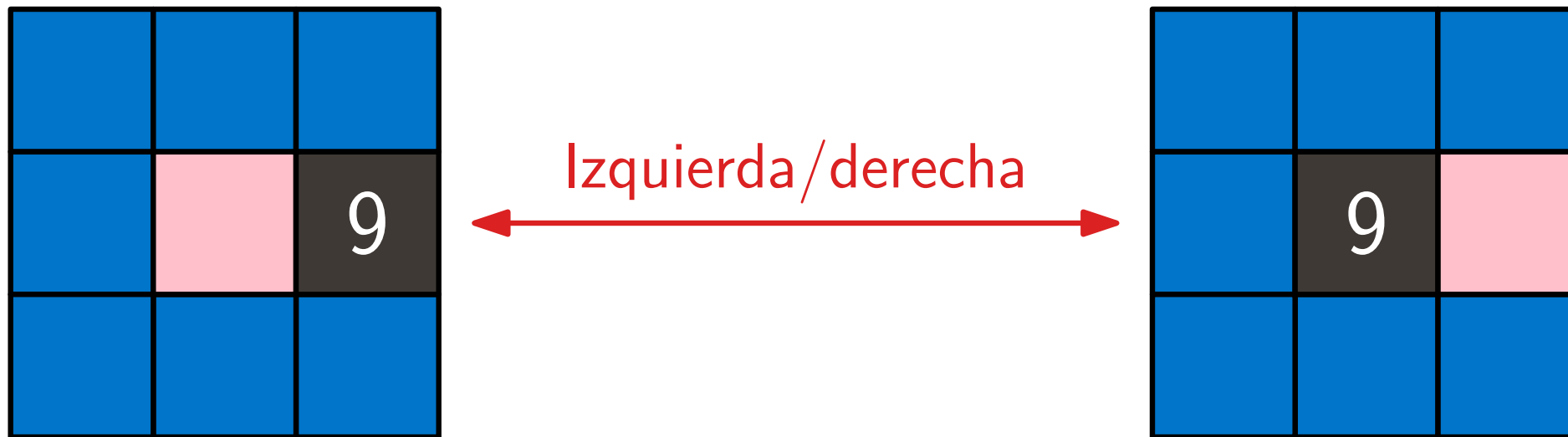
Inversiones:

91 92 93 94 95 96 97 98

Tablero par

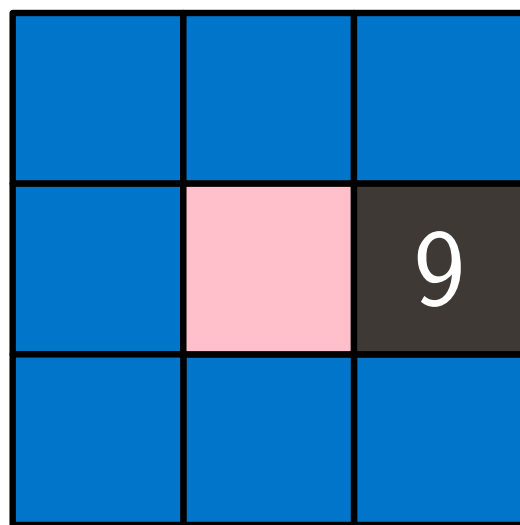
Mover ficha: izquierda/derecha

- ¿Qué pasa con la paridad al mover una ficha?

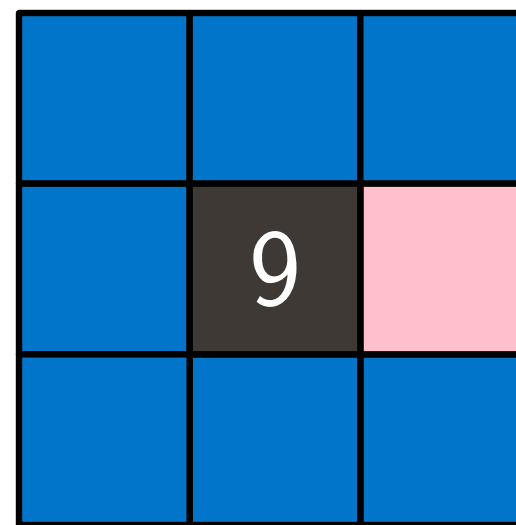


Mover ficha: izquierda/derecha

- ¿Qué pasa con la paridad al mover una ficha?

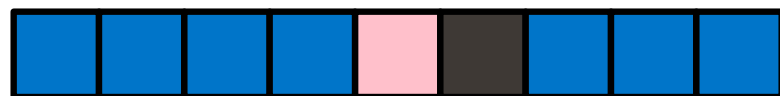
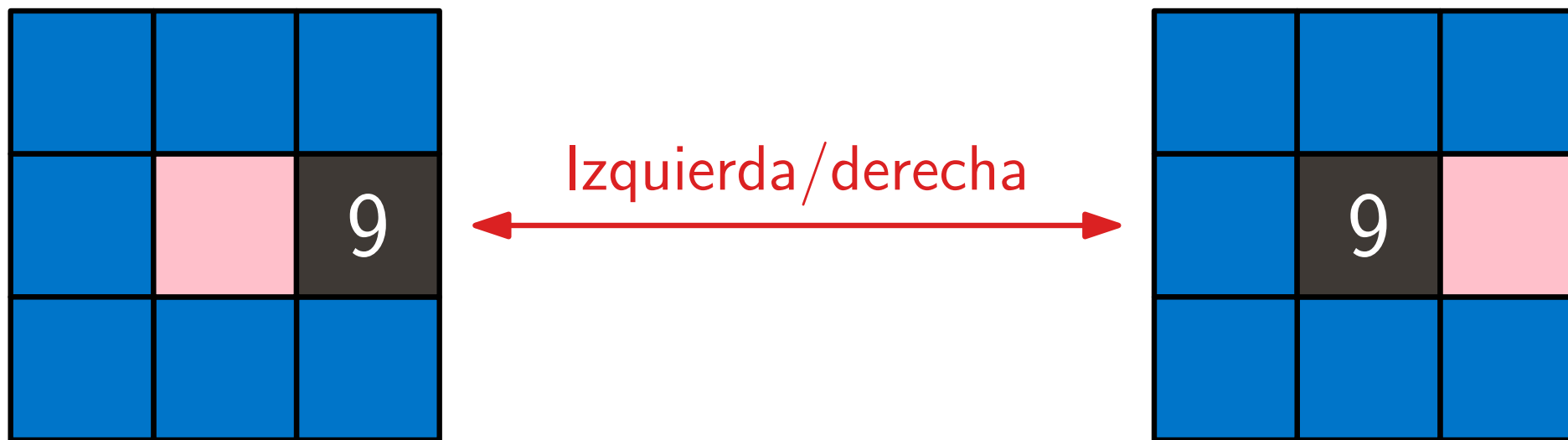


Izquierda/derecha



Mover ficha: izquierda/derecha

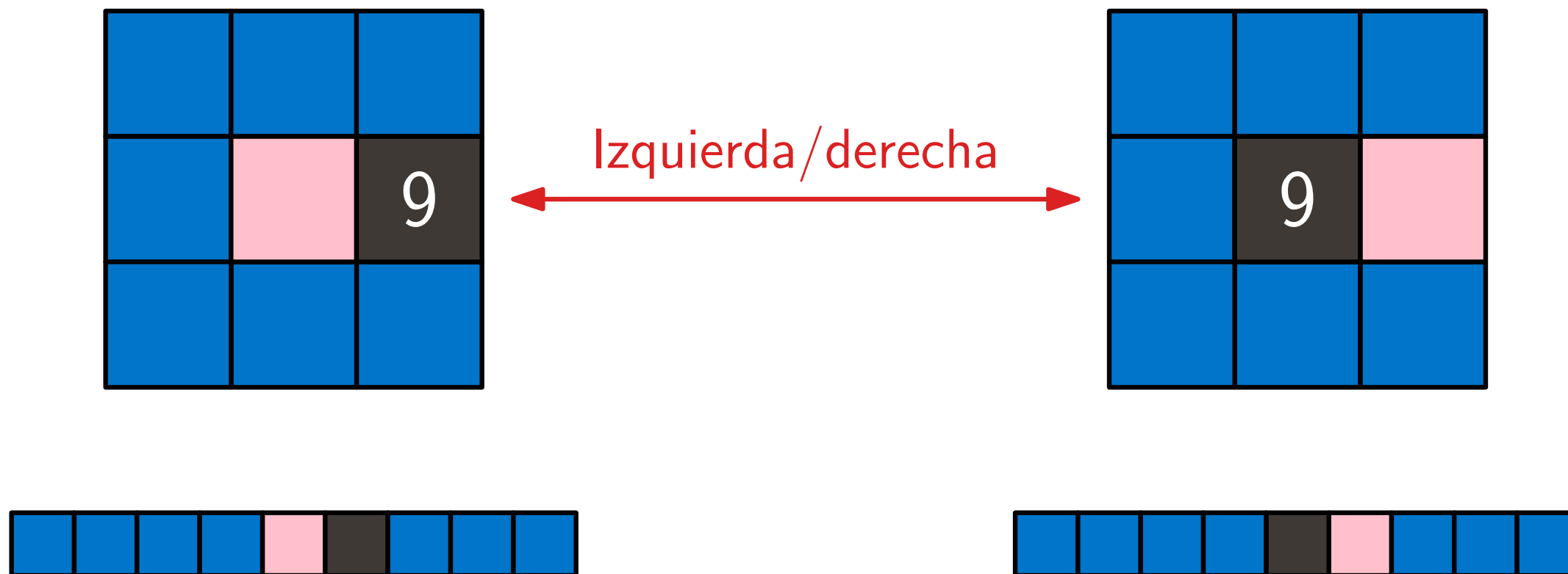
- ¿Qué pasa con la paridad al mover una ficha?



- ¡Se agrega o quita una inversión!

Mover ficha: izquierda/derecha

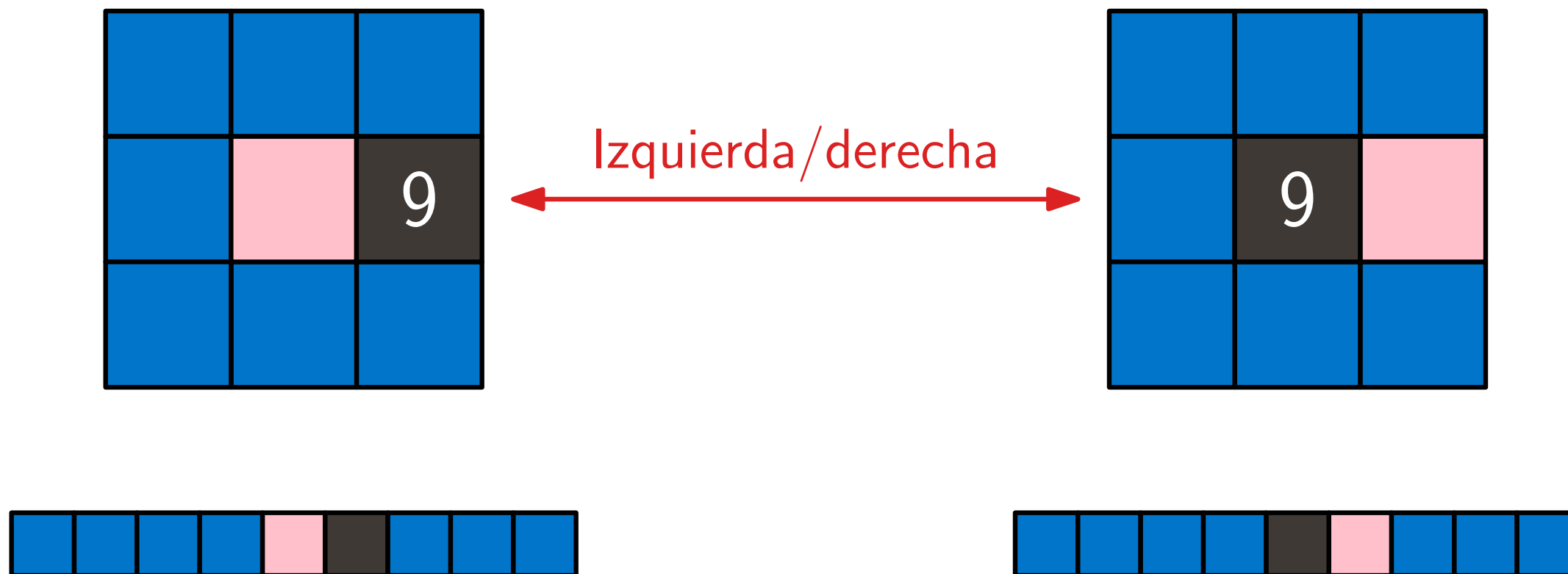
- ¿Qué pasa con la paridad al mover una ficha?



- ¡Se agrega o quita una inversión!
- Al número de inversiones le sumamos o restamos 1

Mover ficha: izquierda/derecha

- ¿Qué pasa con la paridad al mover una ficha?



- ¡Se agrega o quita una inversión!
- Al número de inversiones le sumamos o restamos 1
- ¡La paridad cambia!

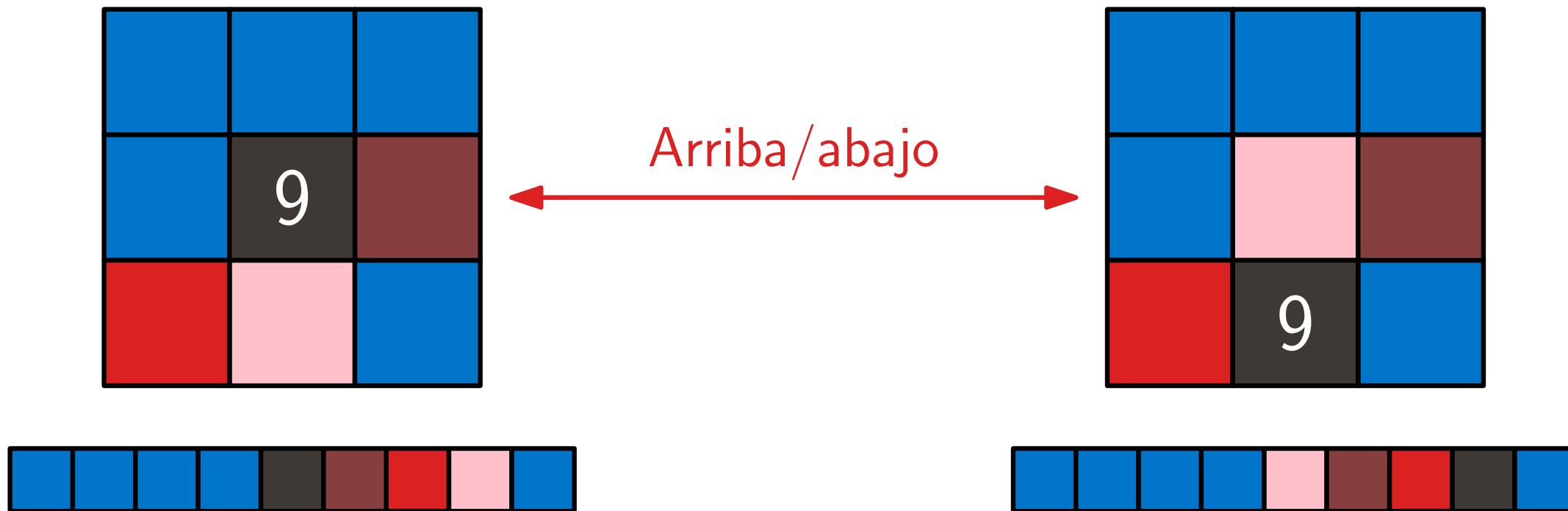
Mover ficha: arriba/abajo

- ¿Qué pasa con la paridad al mover una ficha?



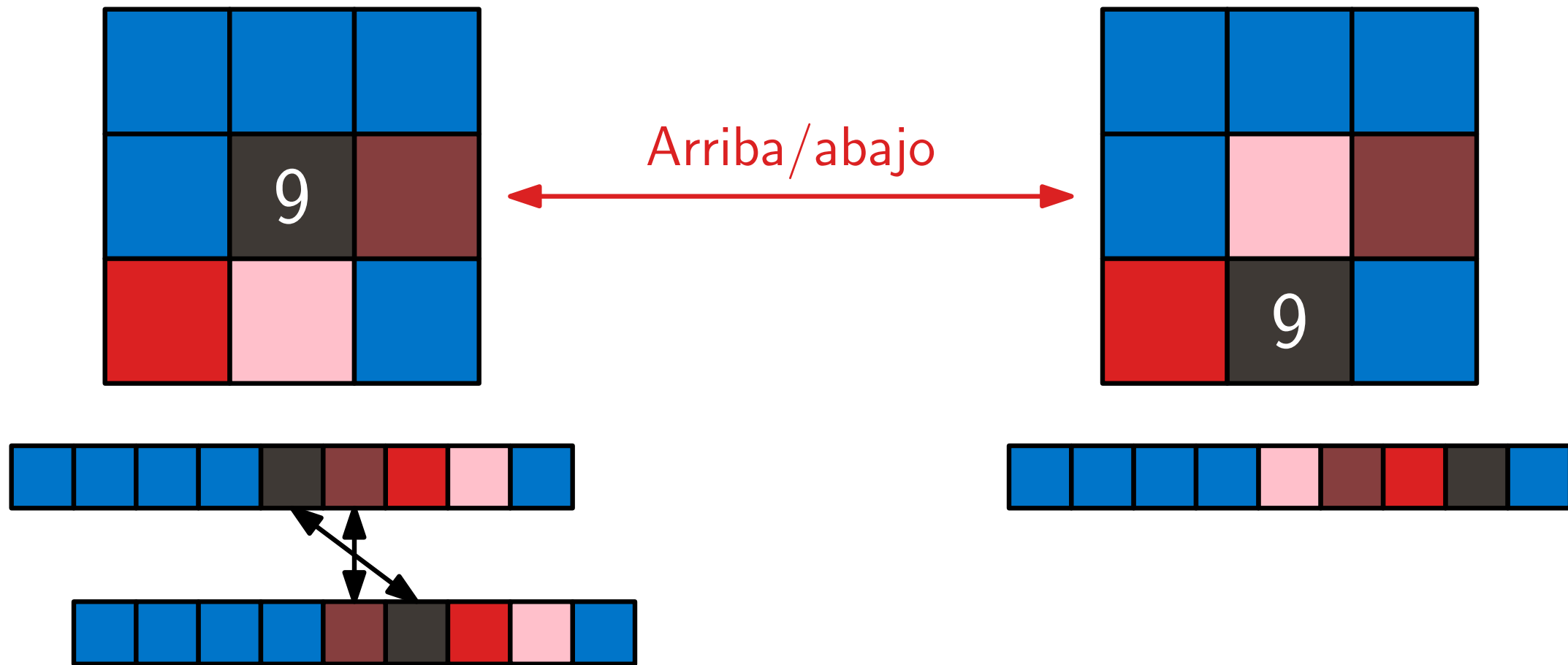
Mover ficha: arriba/abajo

- ¿Qué pasa con la paridad al mover una ficha?



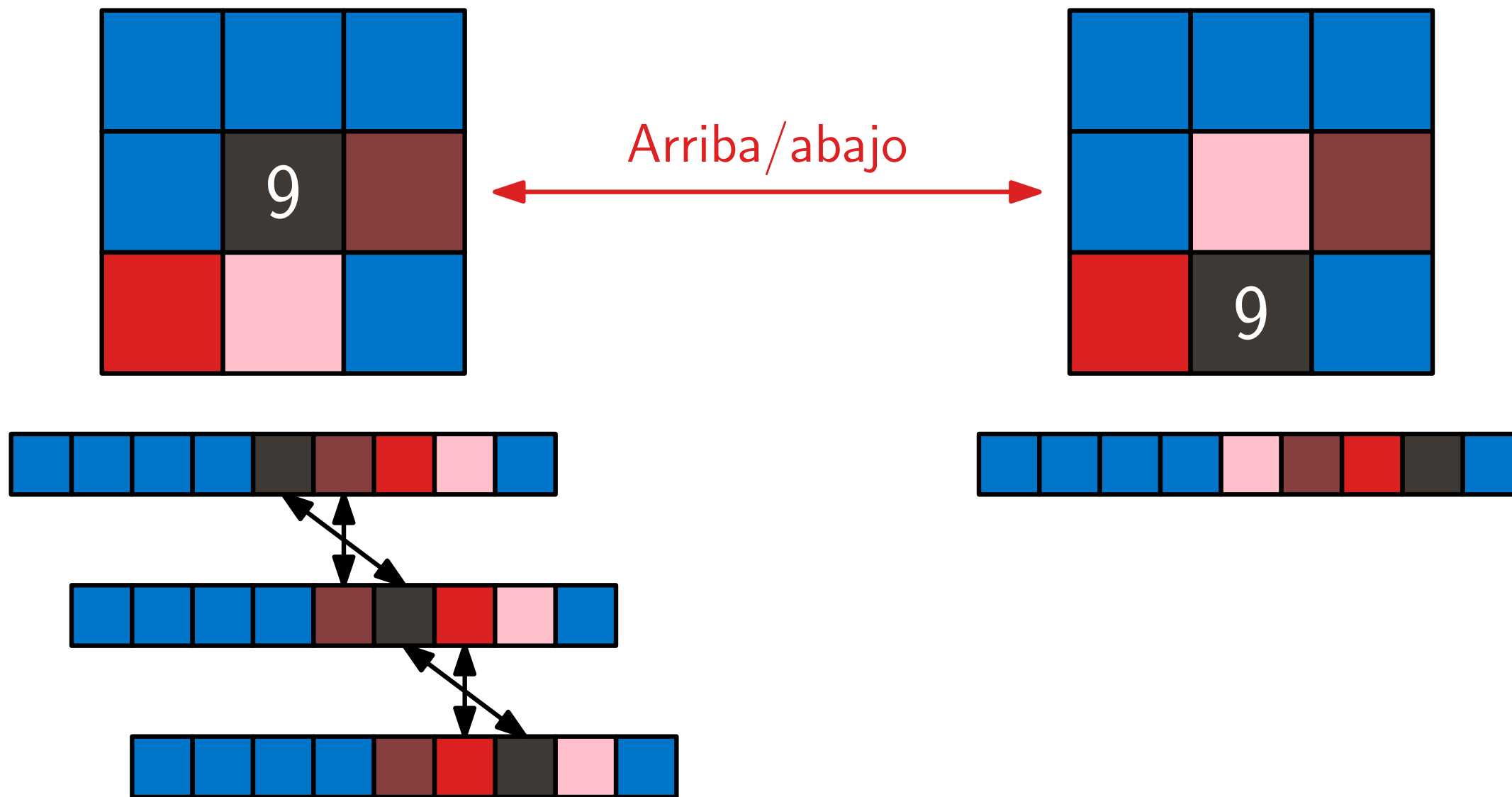
Mover ficha: arriba/abajo

- ¿Qué pasa con la paridad al mover una ficha?



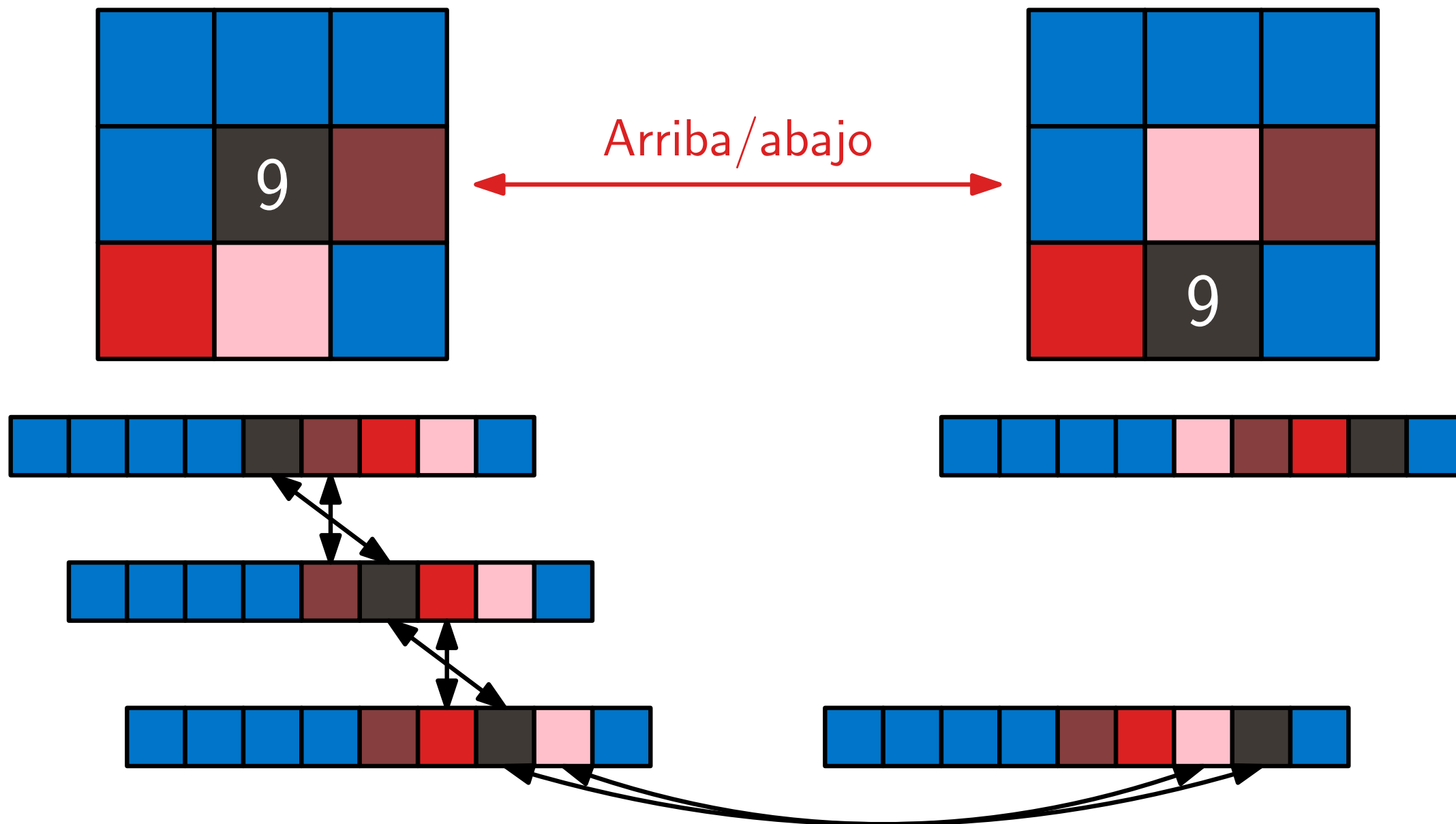
Mover ficha: arriba/abajo

- ¿Qué pasa con la paridad al mover una ficha?



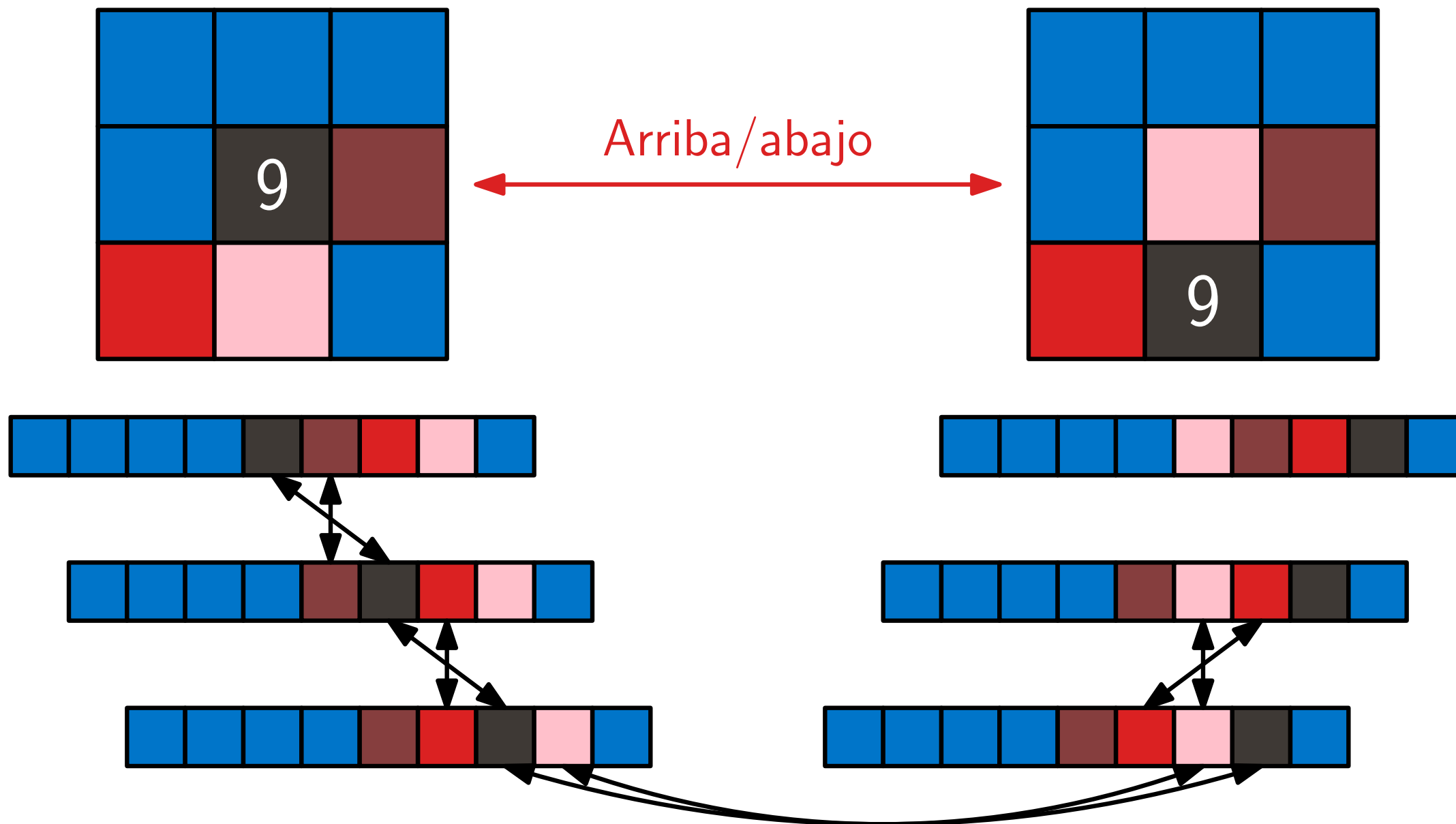
Mover ficha: arriba/abajo

- ¿Qué pasa con la paridad al mover una ficha?



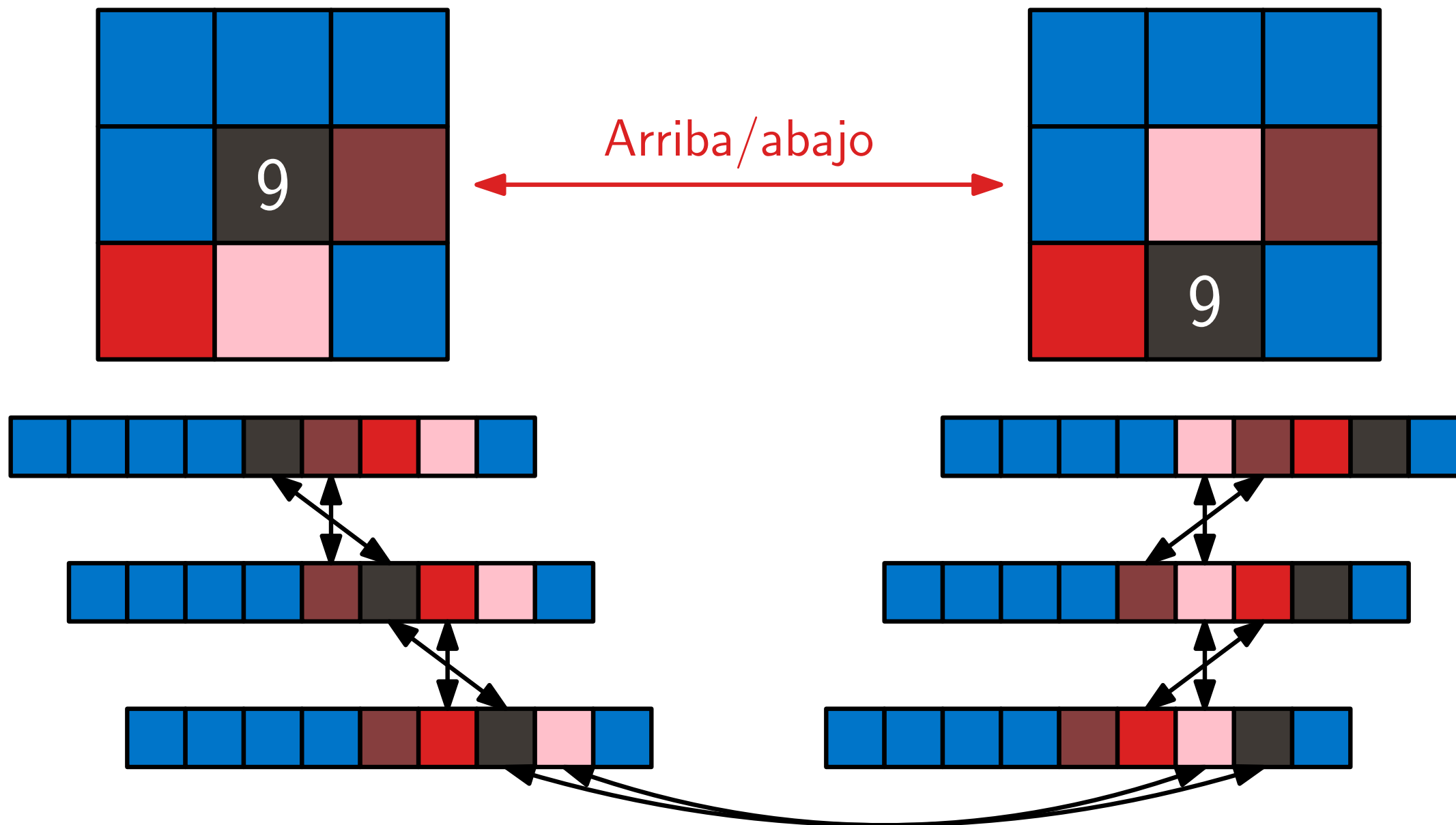
Mover ficha: arriba/abajo

- ¿Qué pasa con la paridad al mover una ficha?



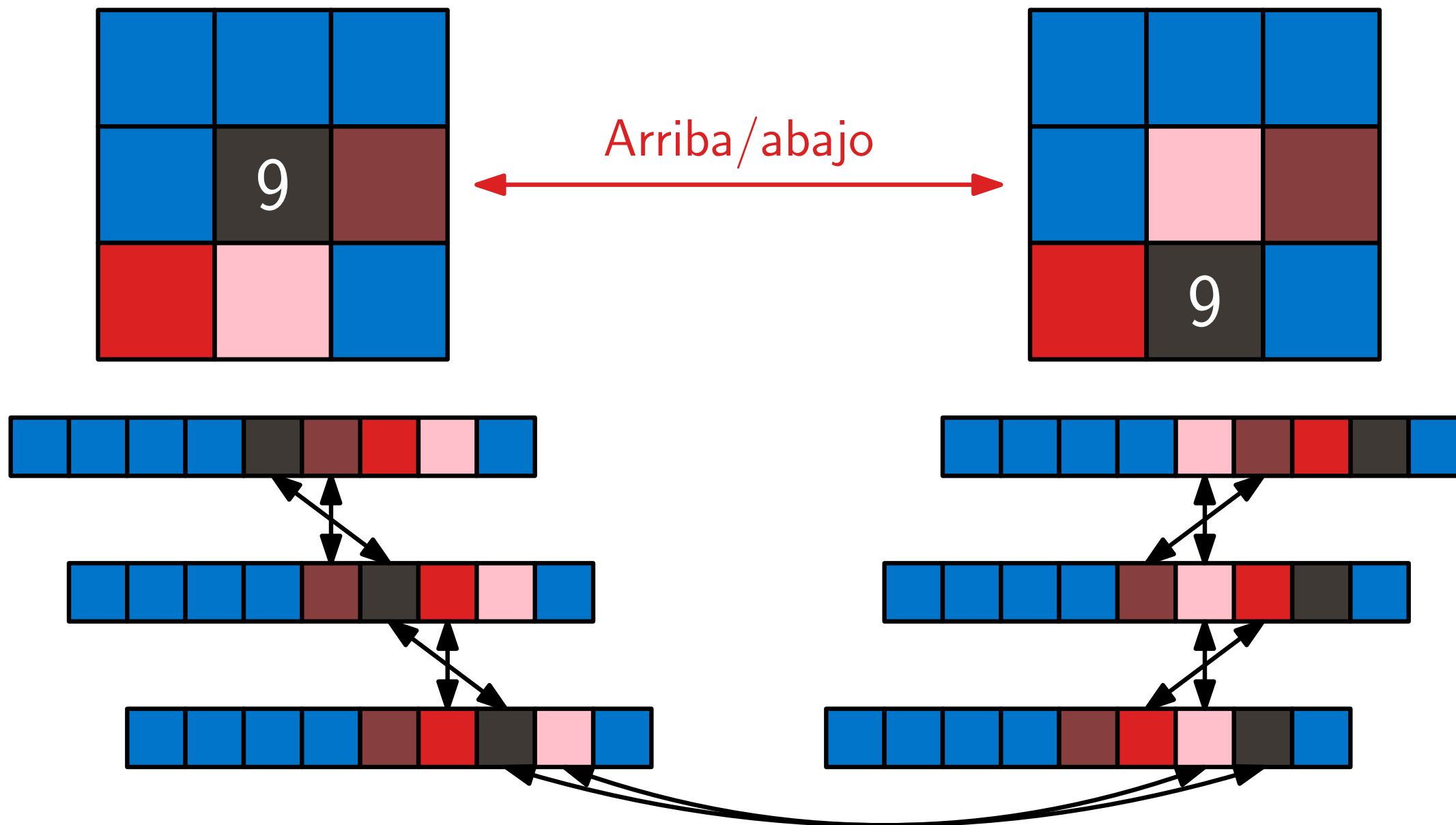
Mover ficha: arriba/abajo

- ¿Qué pasa con la paridad al mover una ficha?



Mover ficha: arriba/abajo

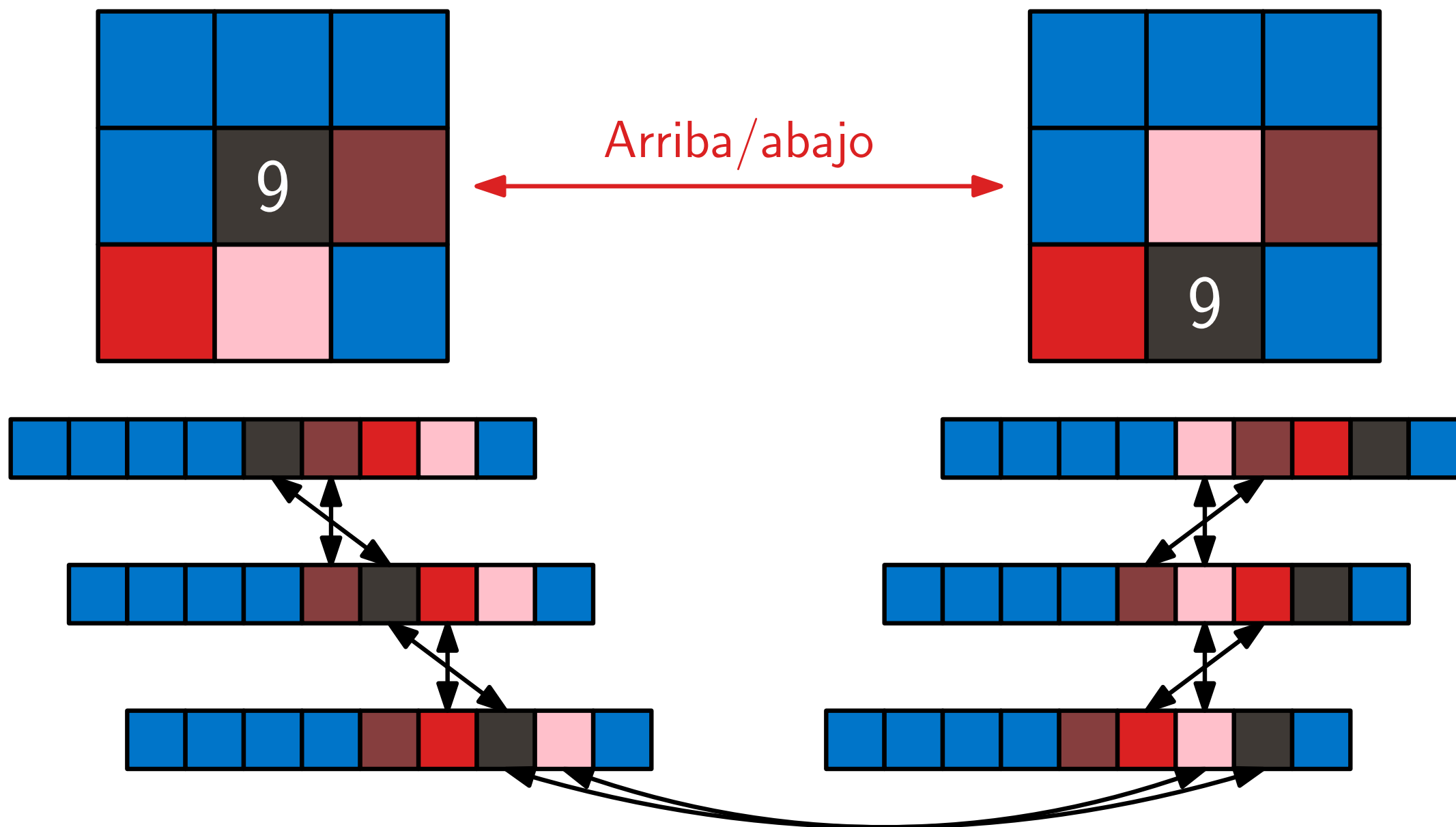
- ¿Qué pasa con la paridad al mover una ficha?



- ¡5 cambios de inversión!

Mover ficha: arriba/abajo

- ¿Qué pasa con la paridad al mover una ficha?



- ¡5 cambios de inversión!
- Impar número de cambios \implies ¡La paridad cambia!

Invariante para contradicción

- **Invariante:**

Cantidad par de movimientos mantienen la paridad

Invariante para contradicción

- **Invariante:**

Cantidad par de movimientos mantienen la paridad

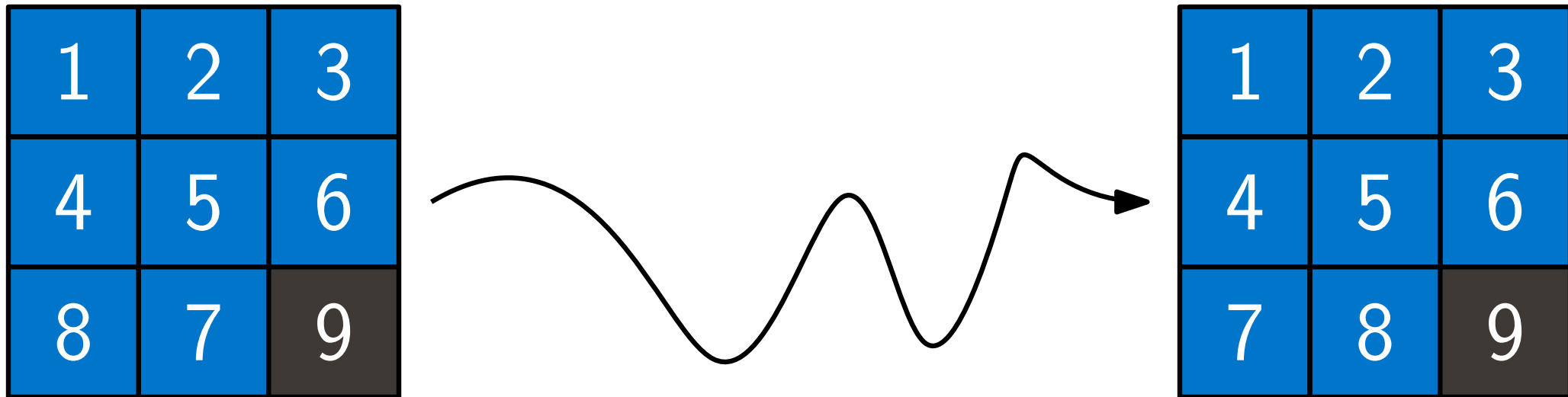
1	2	3
4	5	6
8	7	9

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Invariante para contradicción

- **Invariante:**

Cantidad par de movimientos mantienen la paridad

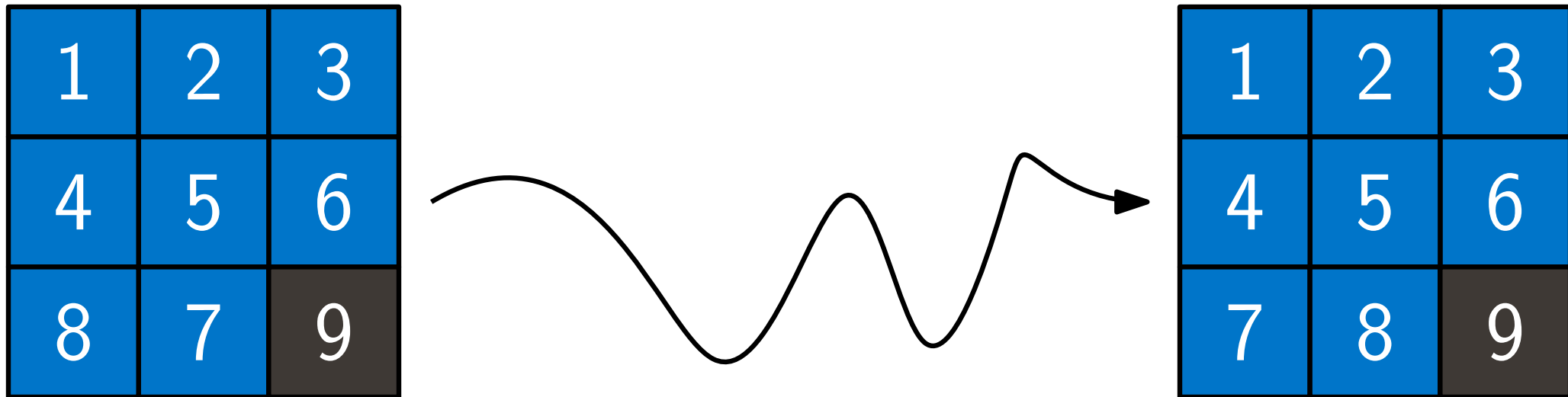


- Supongamos que existe una forma de resolver el tablero 7-8

Invariante para contradicción

- **Invariante:**

Cantidad par de movimientos mantienen la paridad

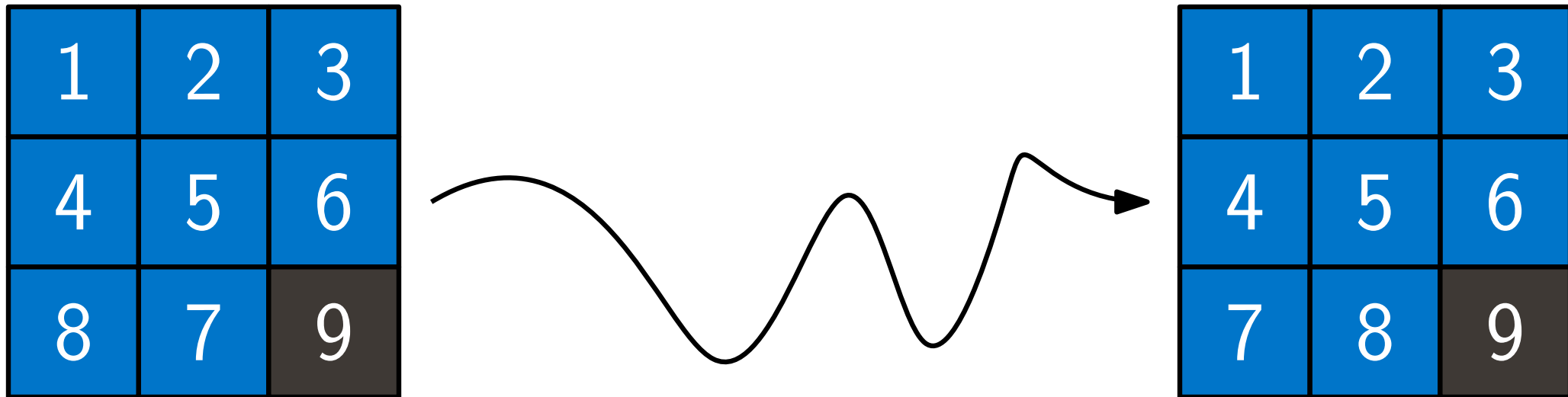


- Supongamos que existe una forma de resolver el tablero 7-8
- Cantidad par de movimientos \implies los tableros tienen la misma paridad

Invariante para contradicción

- **Invariante:**

Cantidad par de movimientos mantienen la paridad

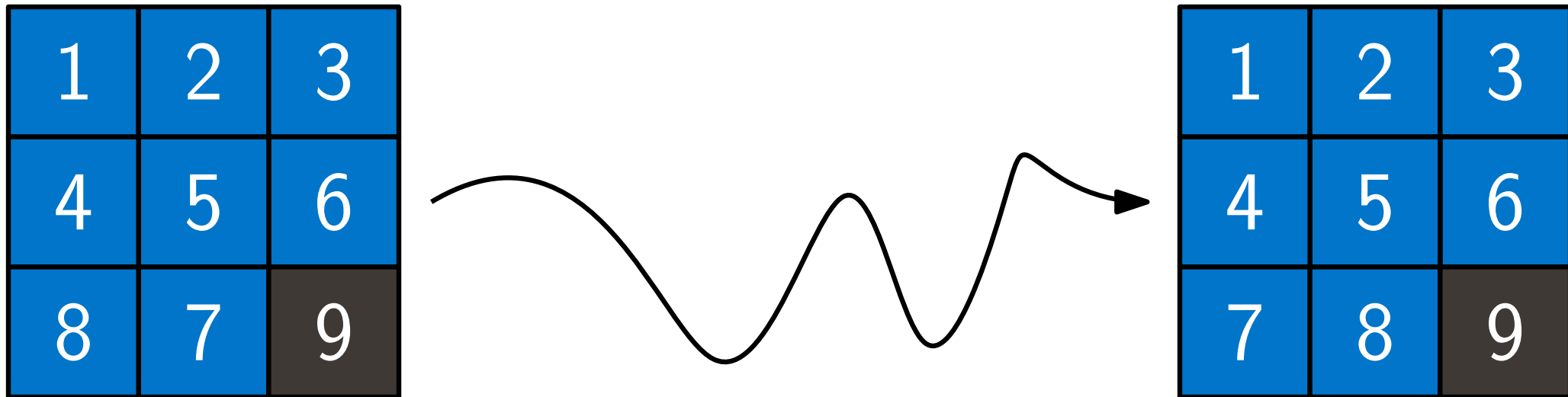


- Supongamos que existe una forma de resolver el tablero 7-8
- Cantidad par de movimientos \implies los tableros tienen la misma paridad
- El tablero inicial es impar y el final es par.

Invariante para contradicción

- **Invariante:**

Cantidad par de movimientos mantienen la paridad

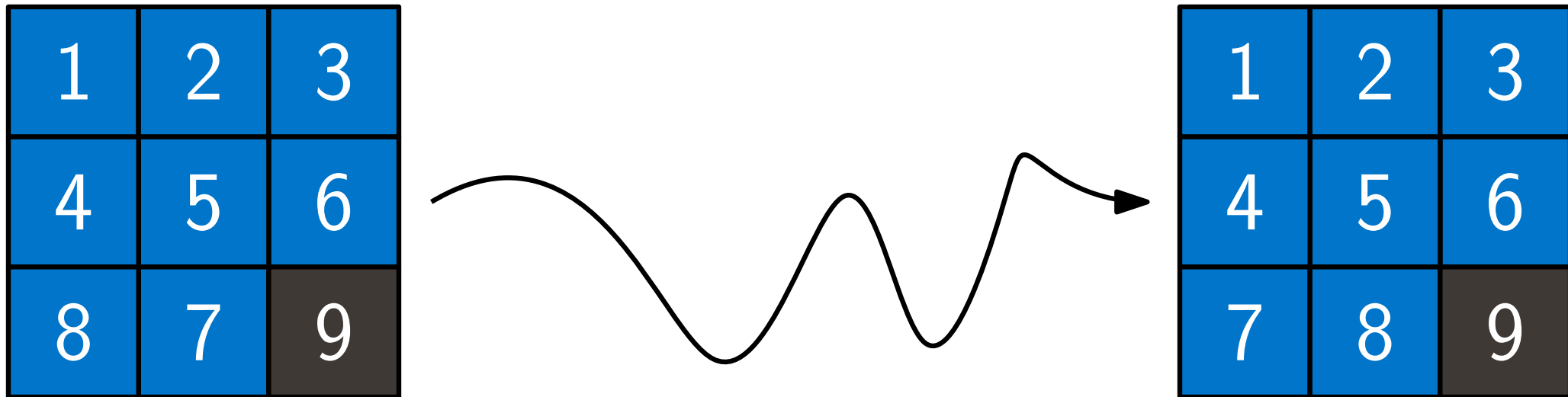


- Supongamos que existe una forma de resolver el tablero 7-8
- Cantidad par de movimientos \implies los tableros tienen la misma paridad
- El tablero inicial es impar y el final es par.
- **Contradicción:** el supuesto debe estar incorrecto.

Invariante para contradicción

- **Invariante:**

Cantidad par de movimientos mantienen la paridad

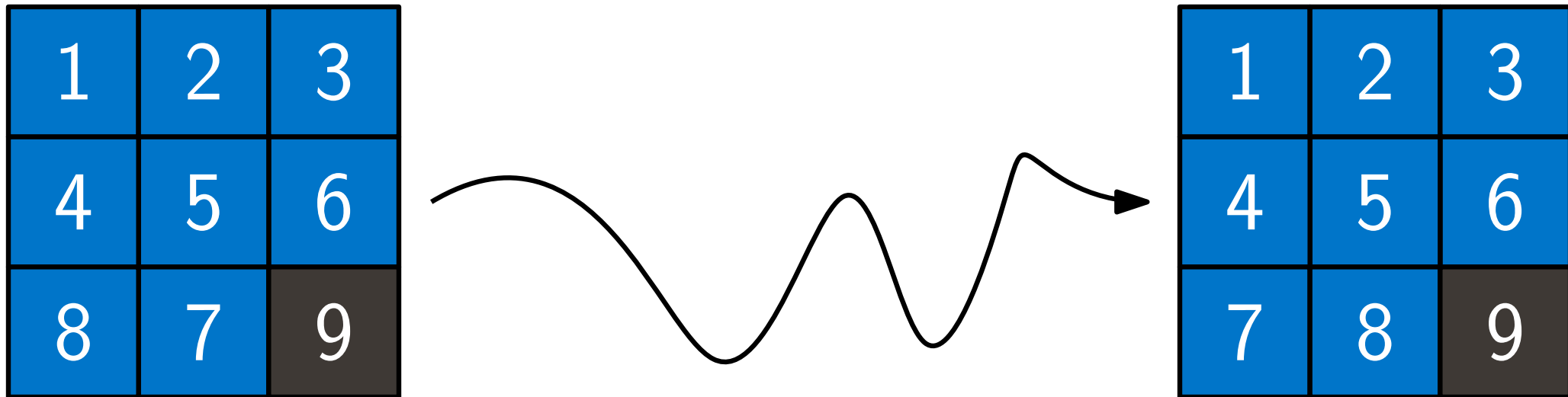


- Supongamos que existe una forma de resolver el tablero 7-8
- Cantidad par de movimientos \implies los tableros tienen la misma paridad
- El tablero inicial es impar y el final es par.
- **Contradicción:** el supuesto debe estar incorrecto.

Invariante para contradicción

- **Invariante:**

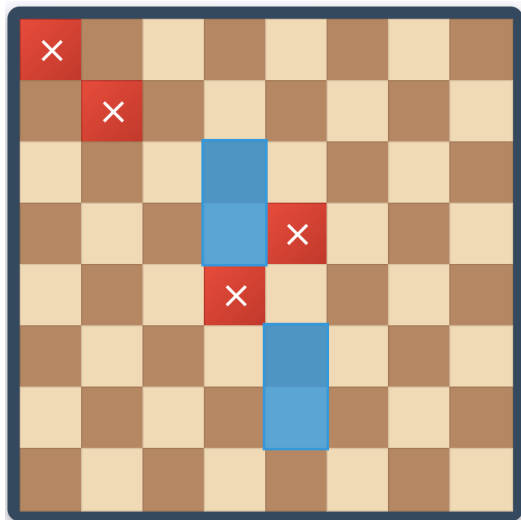
Cantidad par de movimientos mantienen la paridad



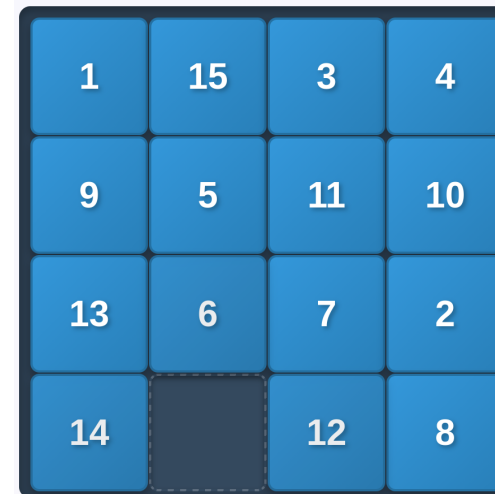
- Supongamos que existe una forma de resolver el tablero 7-8
- Cantidad par de movimientos \implies los tableros tienen la misma paridad
- El tablero inicial es impar y el final es par.
- **Contradicción:** el supuesto debe estar incorrecto.
- **Es imposible** resolver el tablero 7-8

4 Puzzles Clásicos

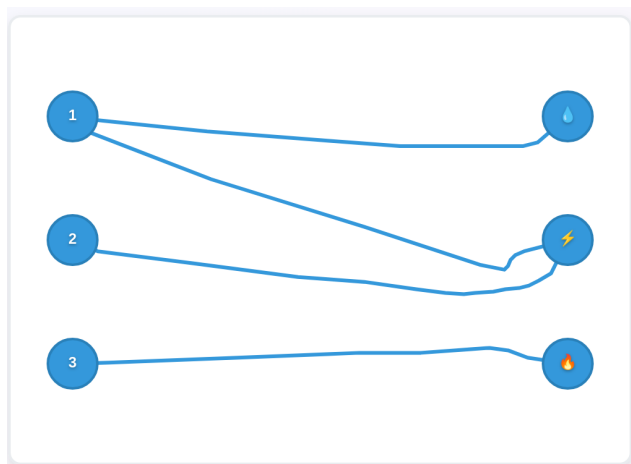
Tablero mutilado



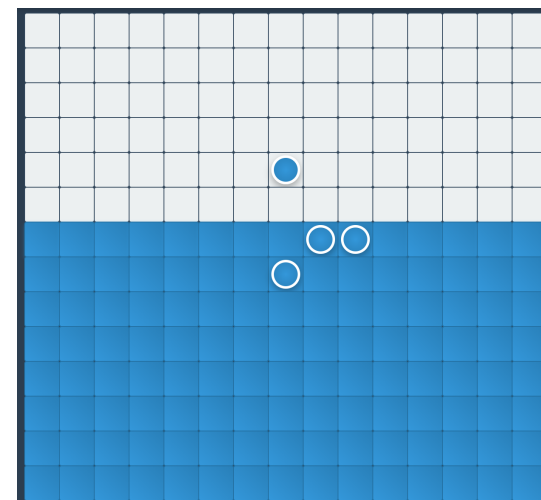
Puzzle-9 y Puzzle-15



3 Servicios

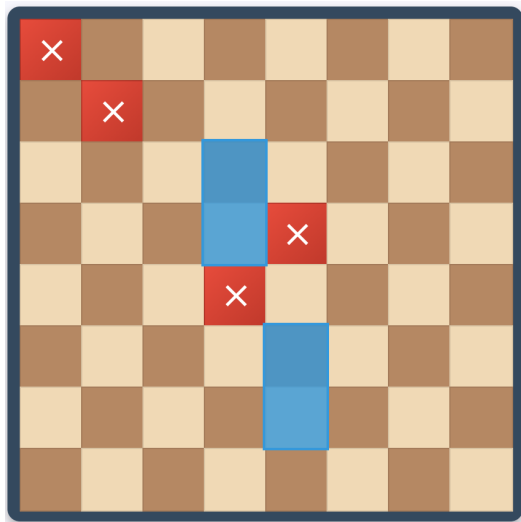


Soldados de Conway

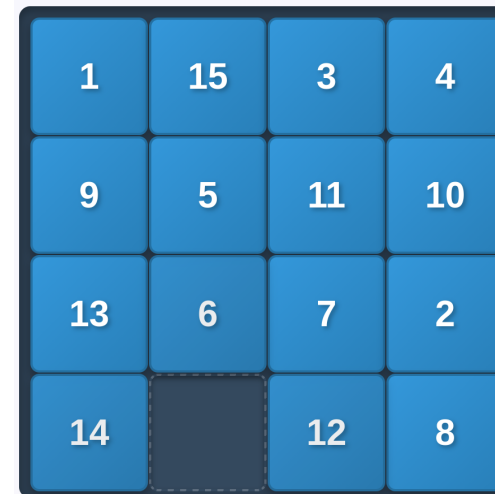


4 Puzzles Clásicos

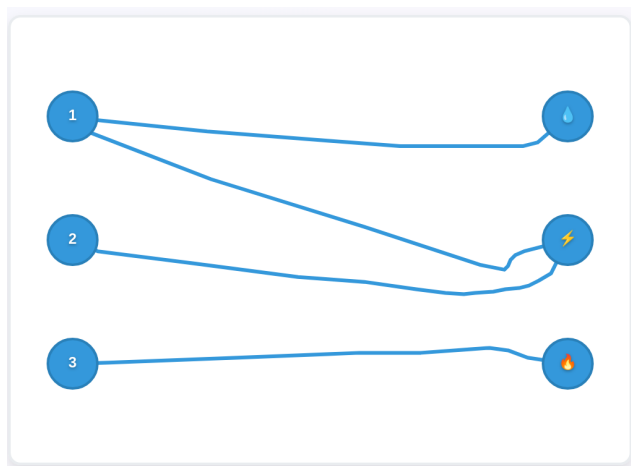
Tablero mutilado



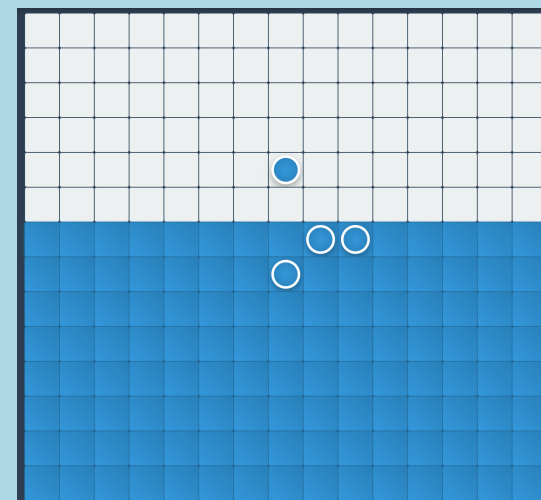
Puzzle-9 y Puzzle-15



3 Servicios



Soldados de Conway

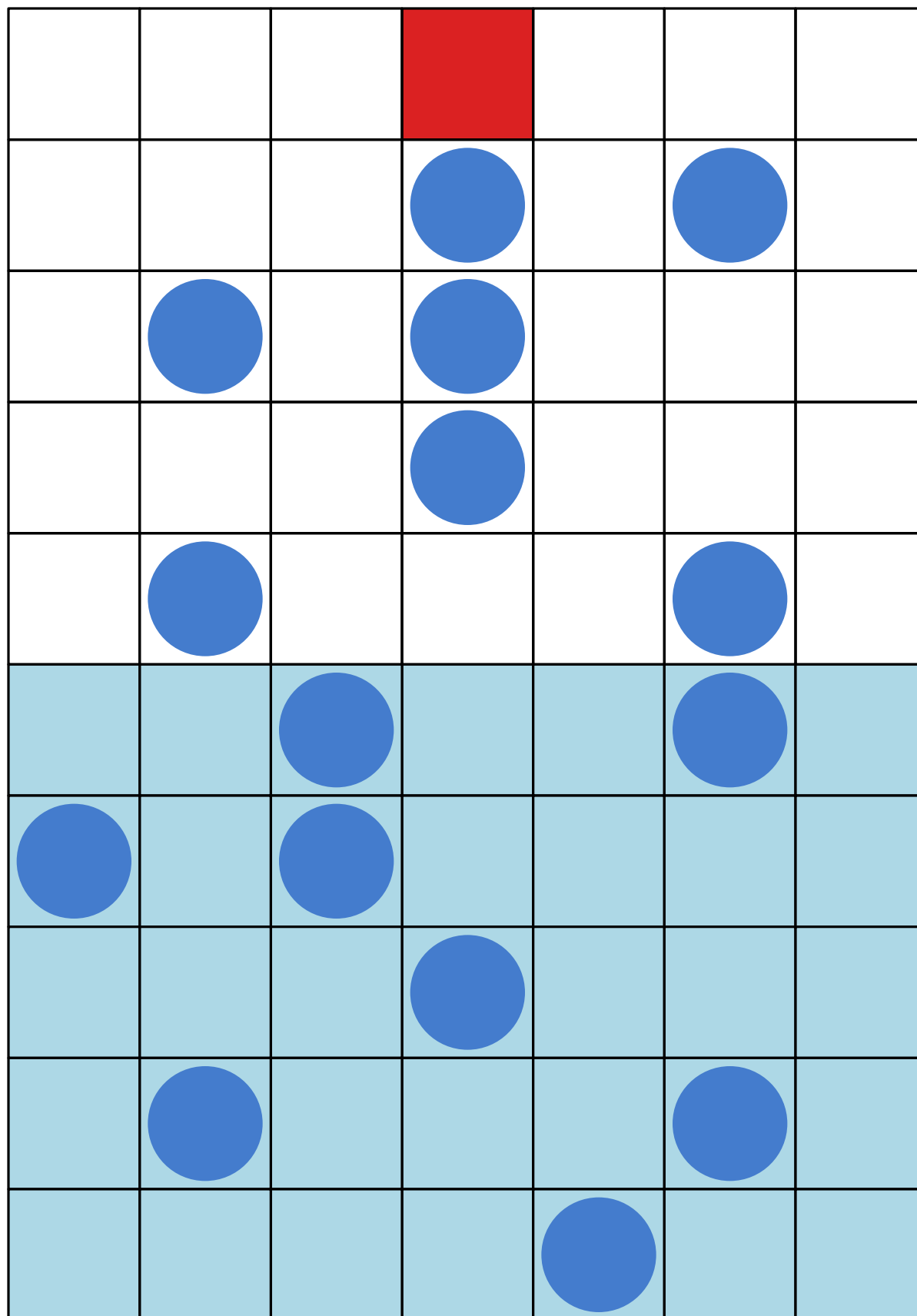


Soldados de Conway

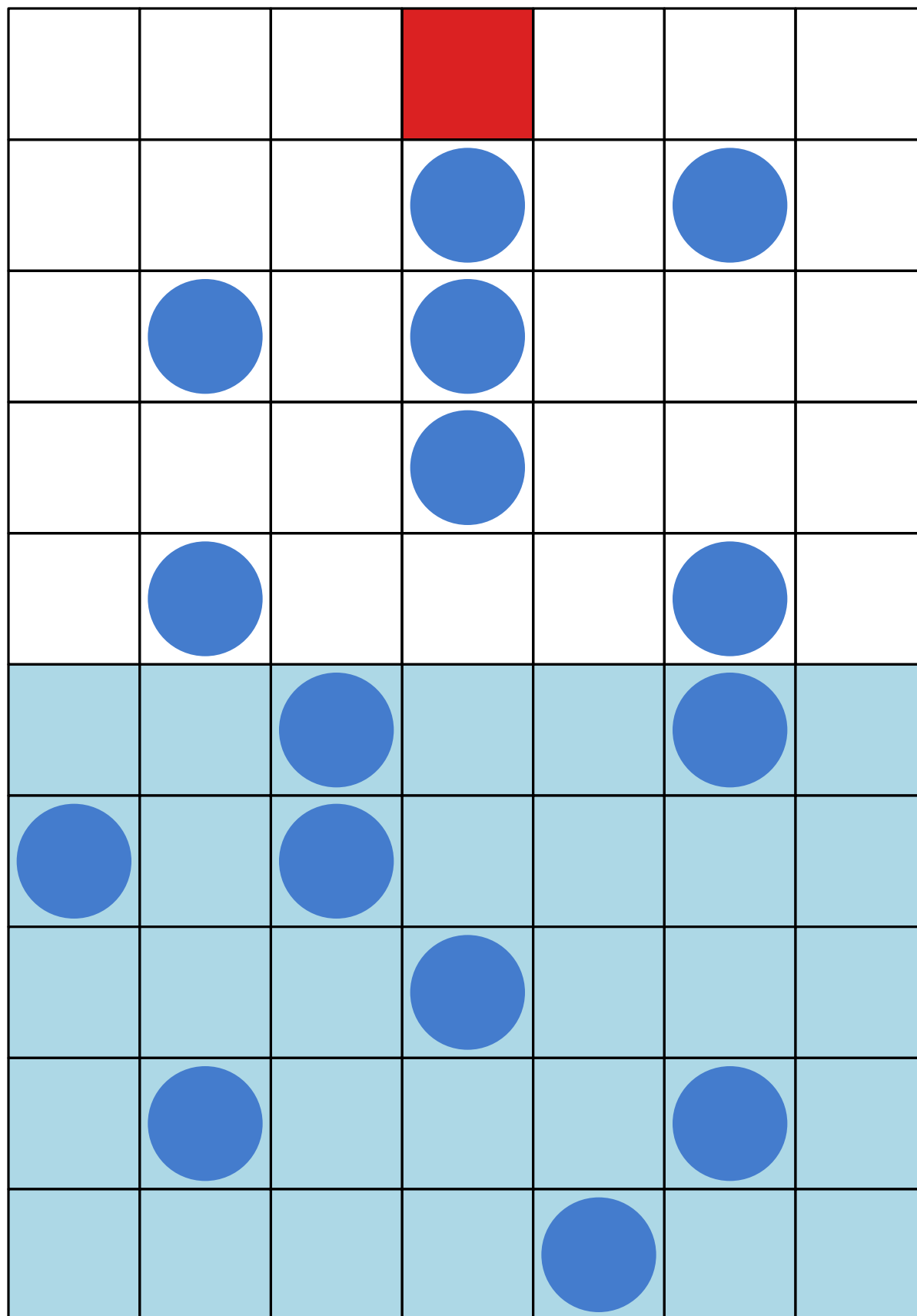


`amerino.cl/conway`

Quinta fila

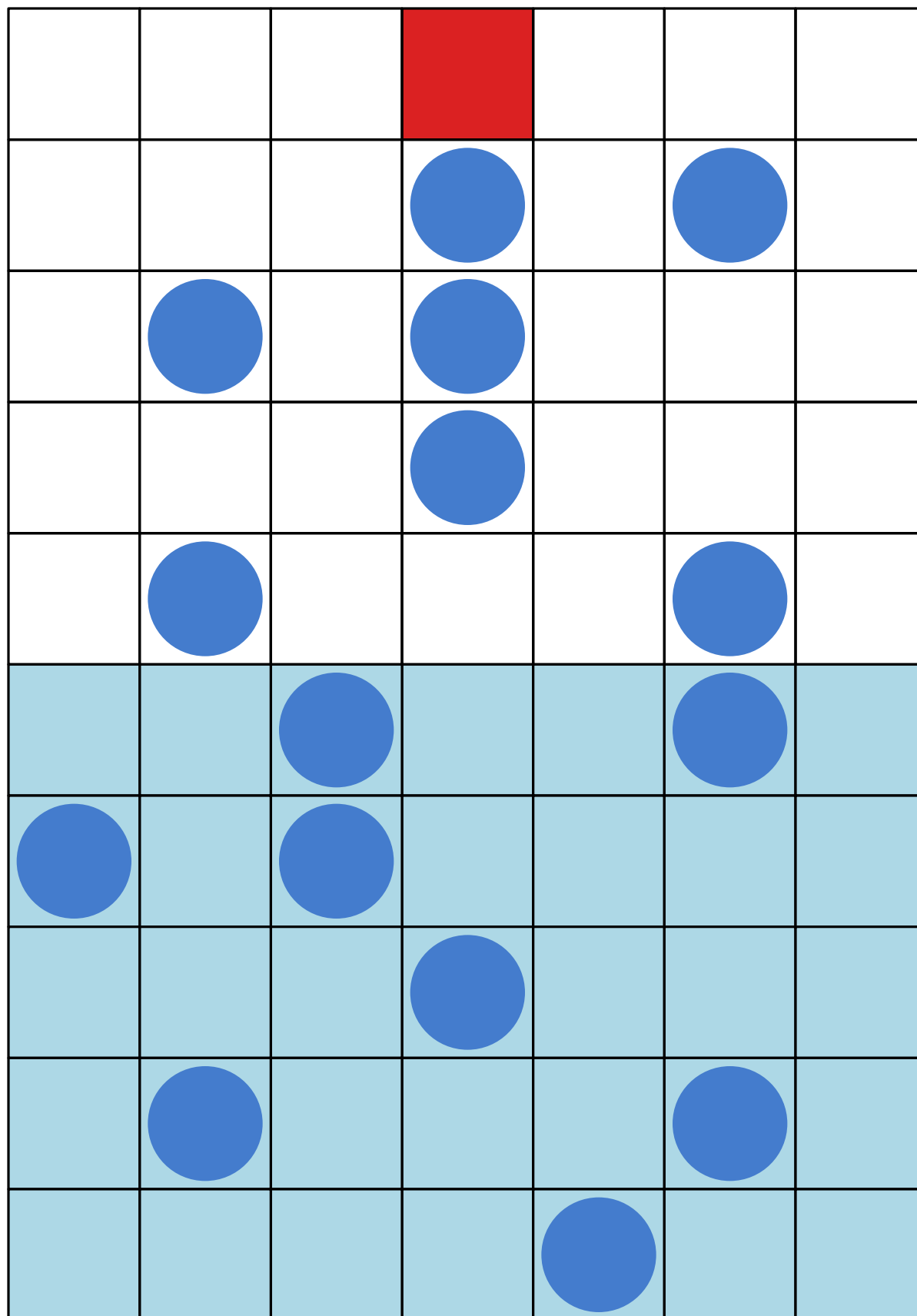


Quinta fila



- ¿Imposible?

Quinta fila



- ¿Imposible?

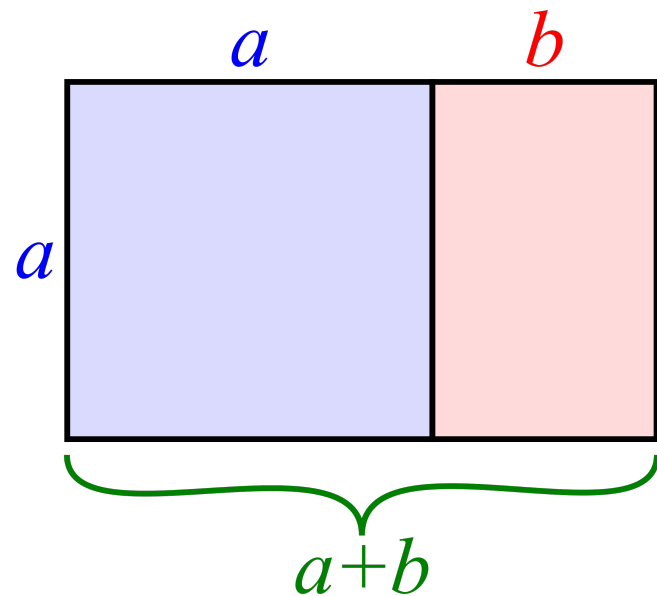
- ¿Cómo construir un invariante?

Número aureo

- **Conway**: idea basado en el *número áureo*.

Número aureo

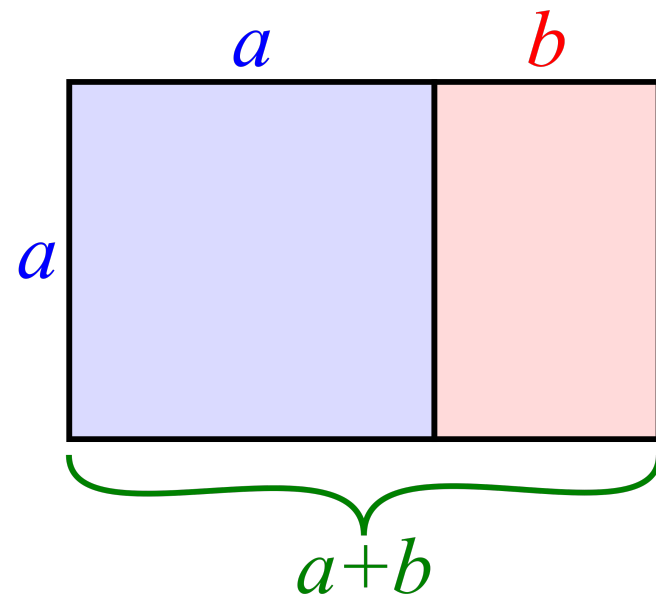
- **Conway:** idea basado en el *número áureo*.



- rectángulo chico en misma proporciones a rectángulo grande

Número aureo

- **Conway**: idea basado en el *número áureo*.

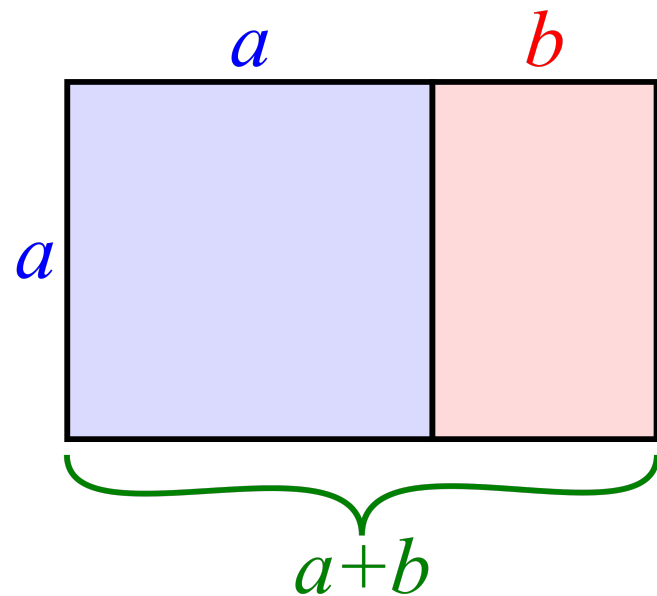


- rectángulo chico en misma proporciones a rectángulo grande

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{a} \quad \phi = \frac{b}{a}$$

Número aureo

- **Conway:** idea basado en el *número áureo*.



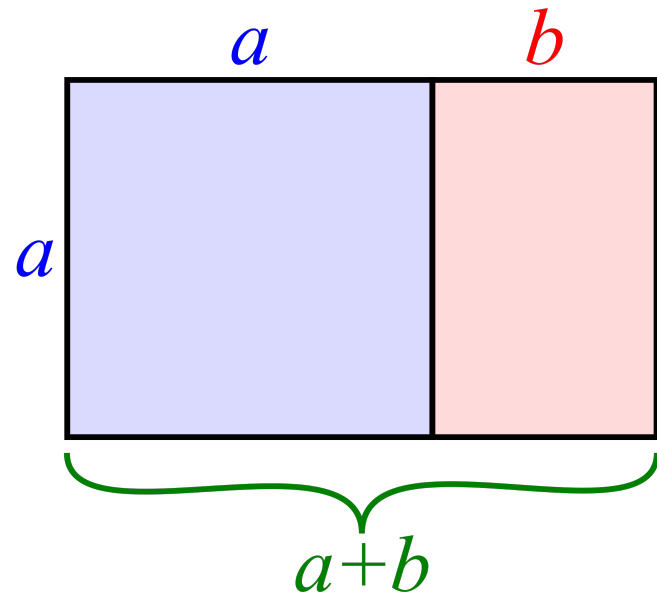
- rectángulo chico en misma proporciones a rectángulo grande

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{a} \quad \phi = \frac{b}{a}$$

- Con $a = 1$, obtenemos la ecuación para el número áureo

Número aureo

- **Conway:** idea basado en el *número áureo*.



- rectángulo chico en misma proporciones a rectángulo grande

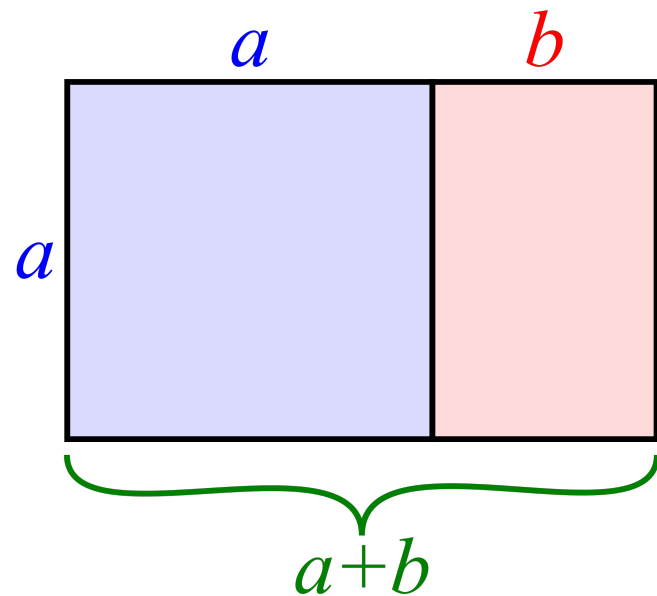
$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{a} \quad \phi = \frac{b}{a}$$

- Con $a = 1$, obtenemos la ecuación para el número áureo

$$1 = \phi^2 + \phi \implies \phi \approx 0.61803$$

Número aureo

- **Conway**: idea basado en el *número áureo*.

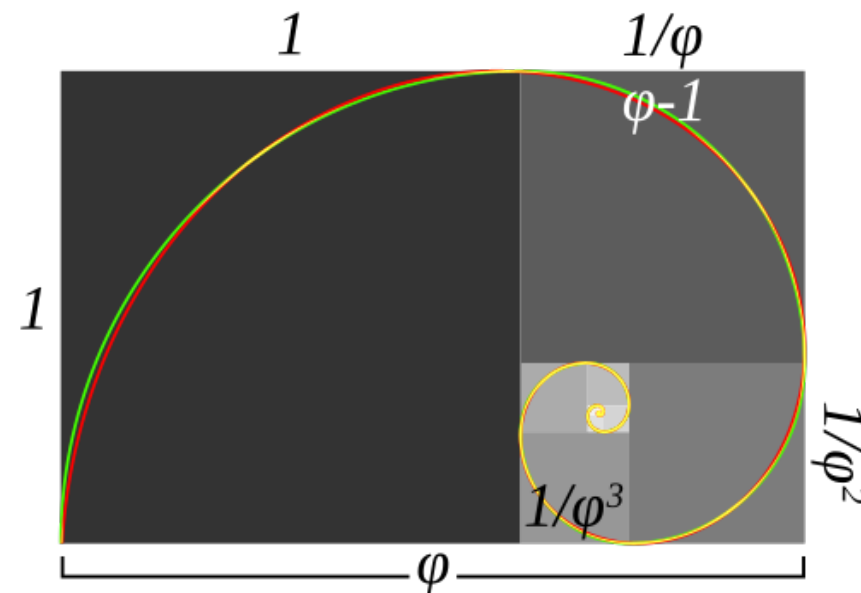


- rectángulo chico en misma proporciones a rectángulo grande

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{a} \quad \phi = \frac{b}{a}$$

- Con $a = 1$, obtenemos la ecuación para el número áureo

$$1 = \phi^2 + \phi \implies \phi \approx 0.61803$$



Potencial

- Supongamos logramos la quinta fila

Potencial

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}

Potencial

			ϕ^0			

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}

Potencial

		ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1		
			ϕ^1			

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}

Potencial

	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	
		ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2		
			ϕ^2			

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	
		ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3		
			ϕ^3			

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	
		ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4		
			ϕ^4			

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma valores de soldados.

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma valores de soldados.

Ejemplos:

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma valores de soldados.

Ejemplos:

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma valores de soldados.

Ejemplos:

$$\phi^0 = 1$$

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma valores de soldados.

Ejemplos:

$$\phi^0 = 1$$

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma valores de soldados.

Ejemplos:

$$\phi^0 = 1$$

$$2\phi^2 + 4\phi^4 \approx 1.348$$

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma valores de soldados.

Ejemplos:

$$\phi^0 = 1$$

$$2\phi^2 + 4\phi^4 \approx 1.348$$

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada casilla vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma valores de soldados.

Ejemplos:

$$\phi^0 = 1$$

$$2\phi^2 + 4\phi^4 \approx 1.348$$

$$7\phi^8 + 7\phi^9 + 6\phi^{10} \approx 0.2899$$

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada soldado vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma de sus soldados.

Idea:

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada soldado vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma de sus soldados.

Idea:

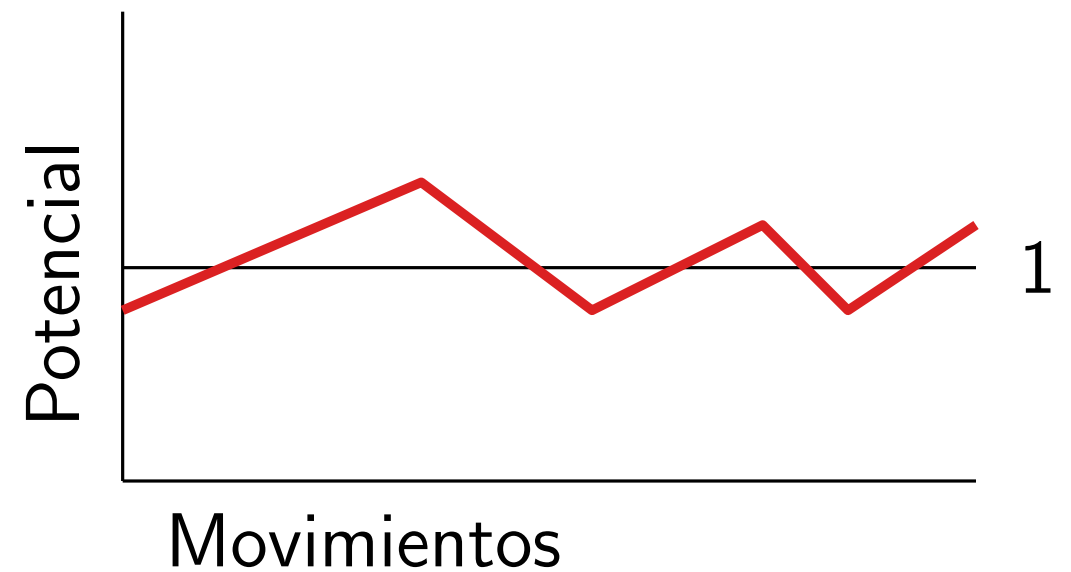


Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada soldado vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma de sus soldados.

Idea:



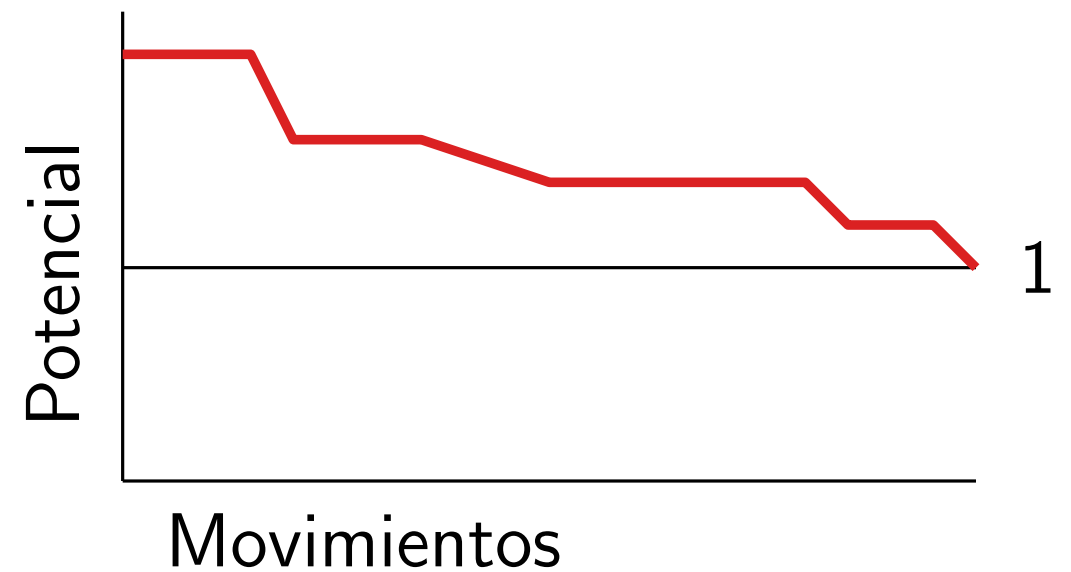
- Potencial termina sobre o igual a 1

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada soldado vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma de sus soldados.

Idea:



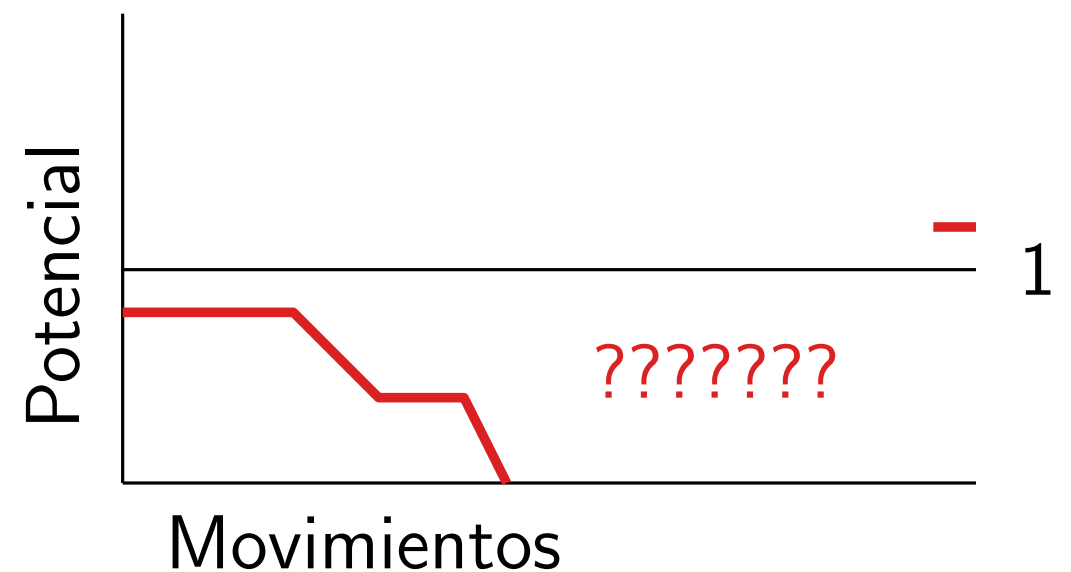
- Potencial termina sobre o igual a 1
- Potencial no puede aumentar.

Potencial

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

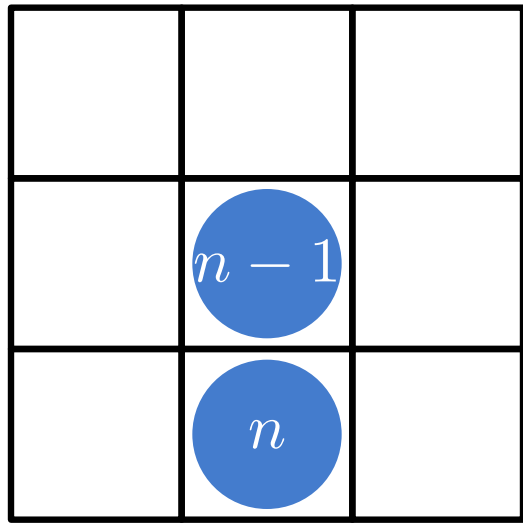
- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada soldado vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma de sus soldados.

Idea:

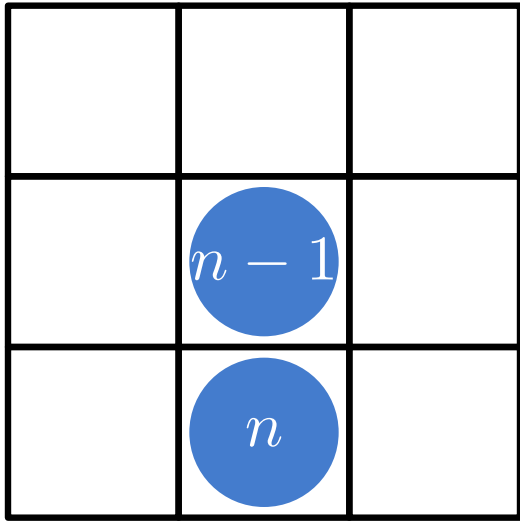


- Potencial termina sobre o igual a 1
- Potencial no puede aumentar.
- Potencial parte bajo 1.

¿Cómo cambia el potencial?

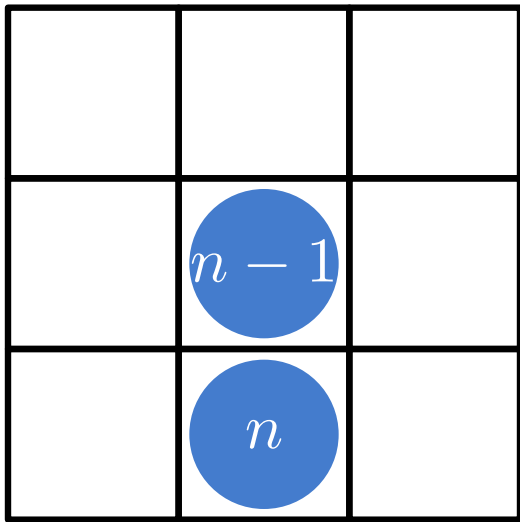


¿Cómo cambia el potencial?

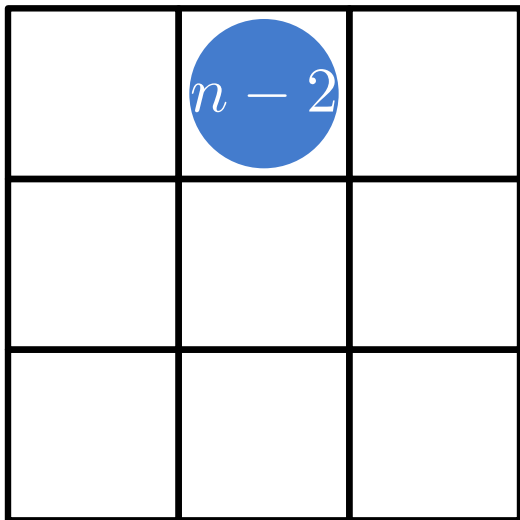


$$\phi^n + \phi^{n-1}$$

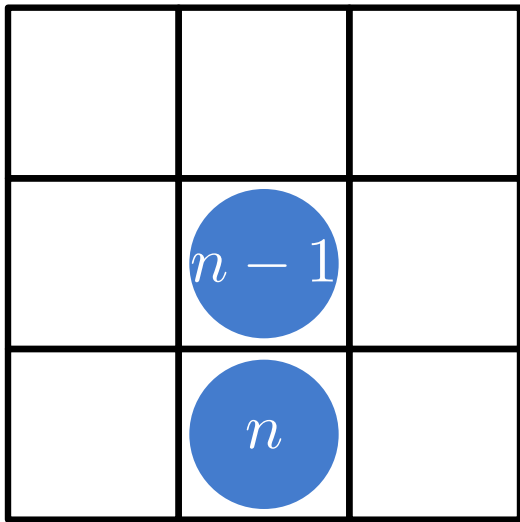
¿Cómo cambia el potencial?



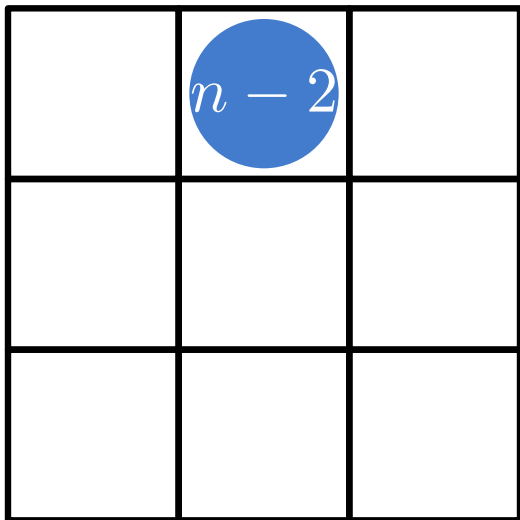
$$\phi^n + \phi^{n-1}$$



¿Cómo cambia el potencial?

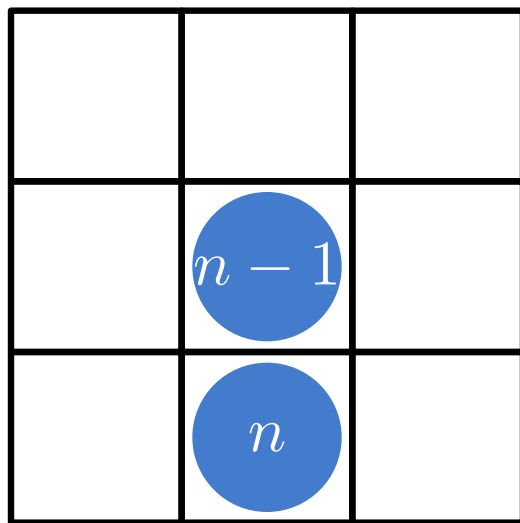


$$\phi^n + \phi^{n-1}$$

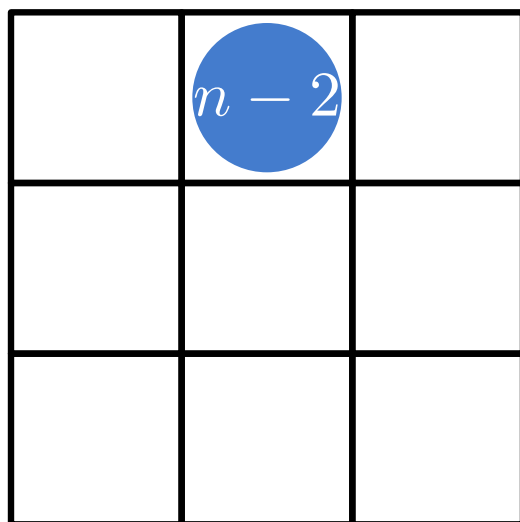


$$\phi^{n-2}$$

¿Cómo cambia el potencial?



$$\phi^n + \phi^{n-1}$$



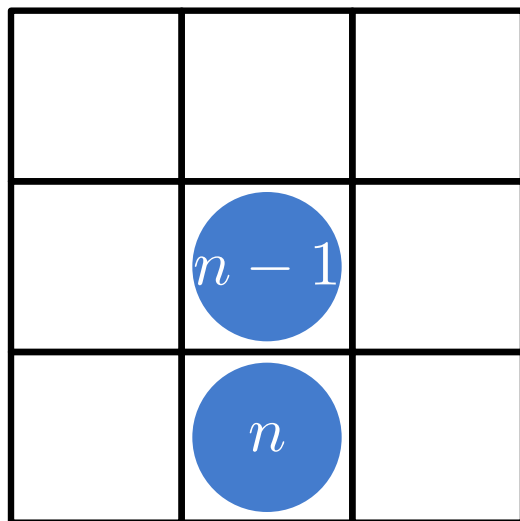
$$\phi^{n-2}$$

$$\phi^{n-2}(\phi^2 + \phi - 1)$$

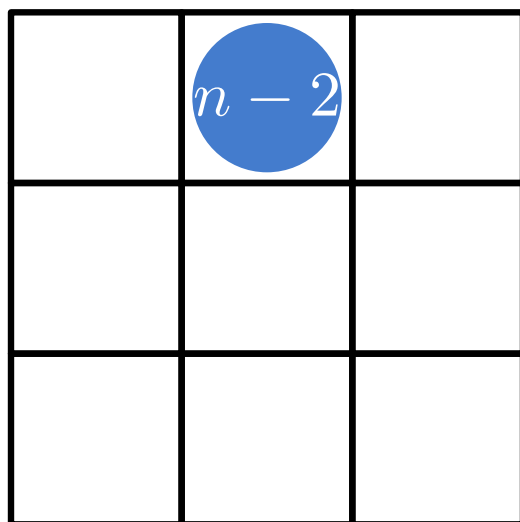
Ecuación áurea:

$$1 = \phi + \phi^2$$

¿Cómo cambia el potencial?



$$\phi^n + \phi^{n-1}$$



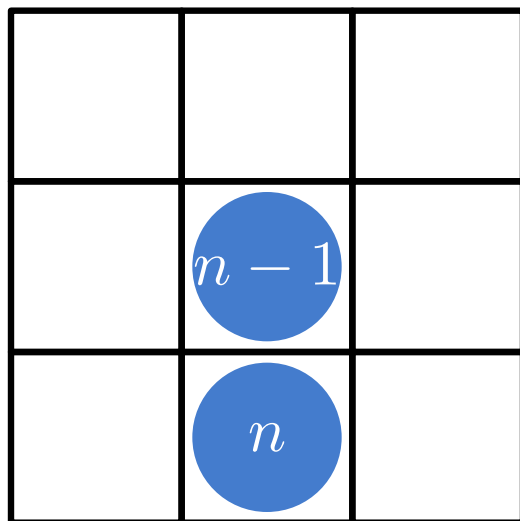
$$\phi^{n-2}$$

$$\begin{aligned} &\phi^{n-2}(\phi^2 + \phi - 1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

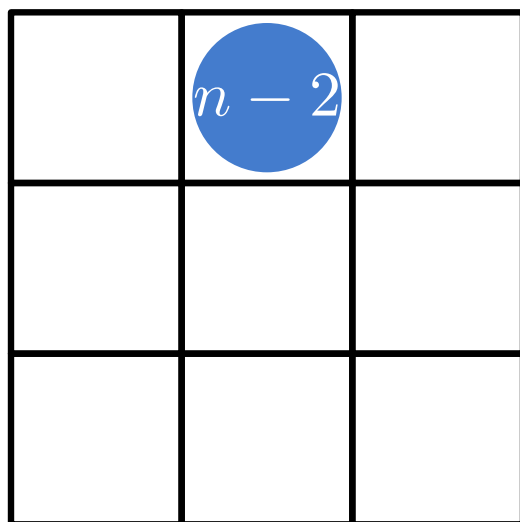
Ecuación áurea:

$$1 = \phi + \phi^2$$

¿Cómo cambia el potencial?



$$\phi^n + \phi^{n-1}$$

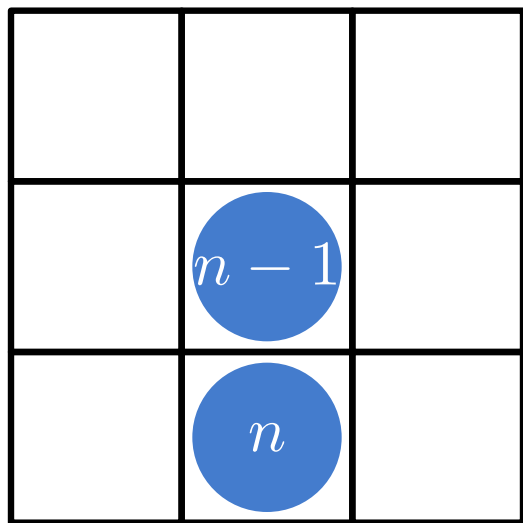


$$\phi^{n-2}$$

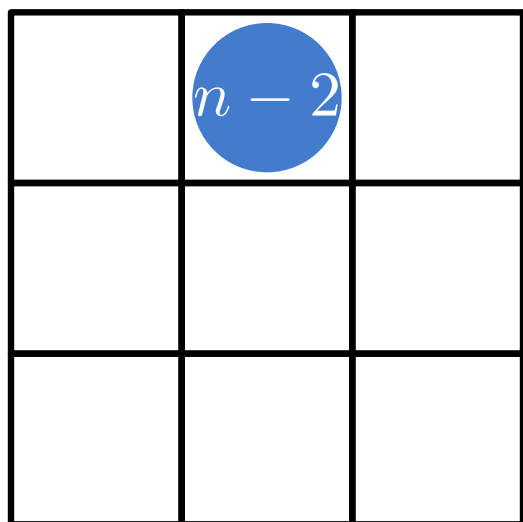
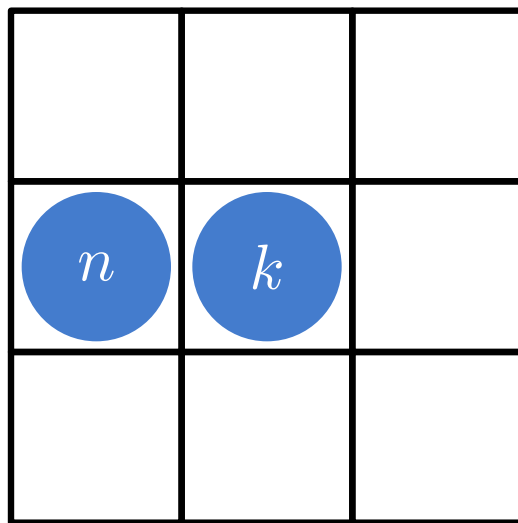
$$\phi^{n-2}(\phi^2 + \phi - 1)$$

$$= 0$$

¿Cómo cambia el potencial?



$$\phi^n + \phi^{n-1}$$

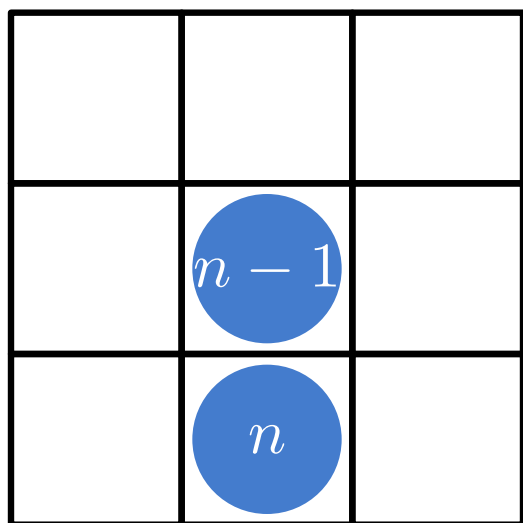


$$\phi^{n-2}$$

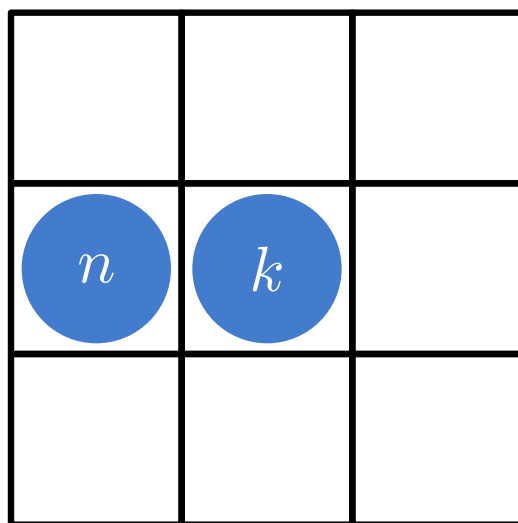
$$\phi^{n-2}(\phi^2 + \phi - 1)$$

$$= 0$$

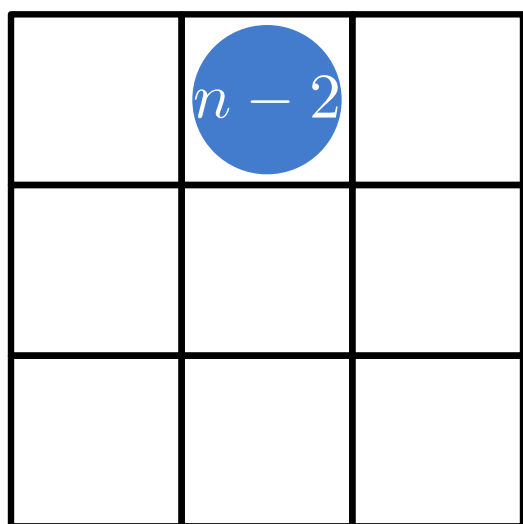
¿Cómo cambia el potencial?



$$\phi^n + \phi^{n-1}$$



$$\phi^n + \phi^k$$

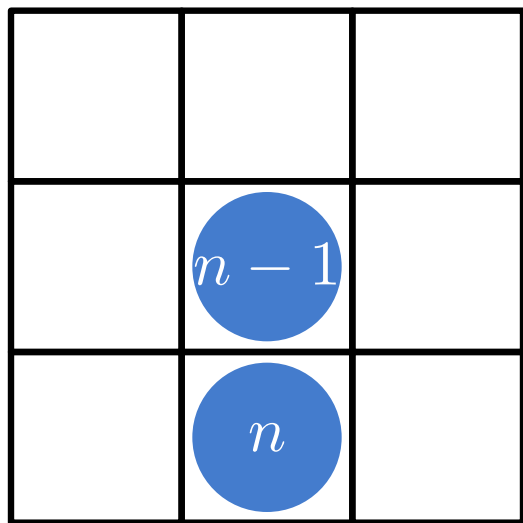


$$\phi^{n-2}$$

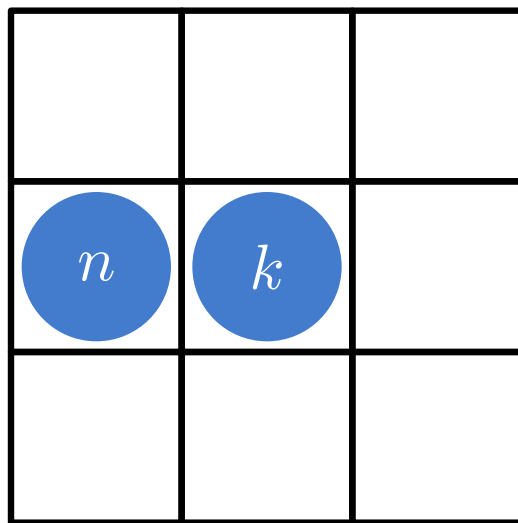
$$\phi^{n-2}(\phi^2 + \phi - 1)$$

$$= 0$$

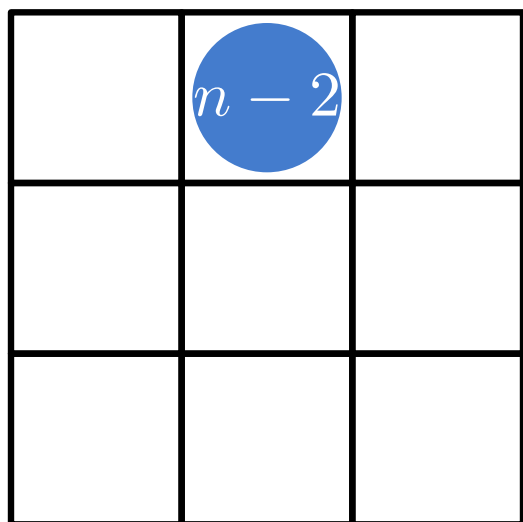
¿Cómo cambia el potencial?



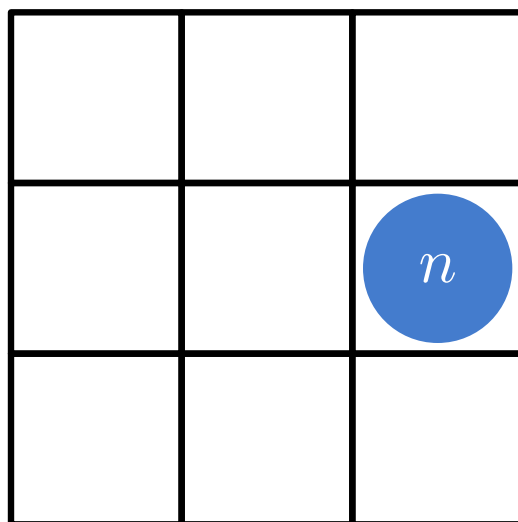
$$\phi^n + \phi^{n-1}$$



$$\phi^n + \phi^k$$

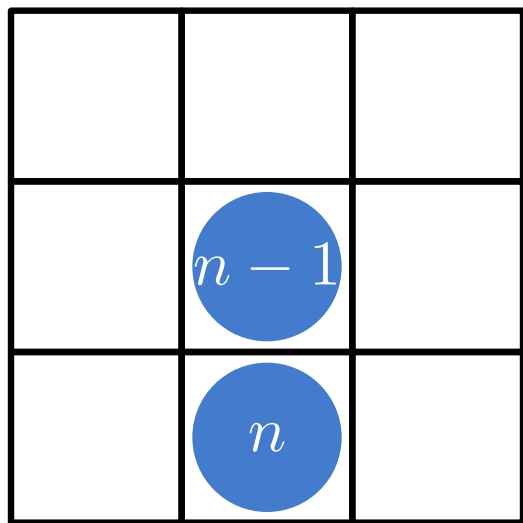


$$\phi^{n-2}$$

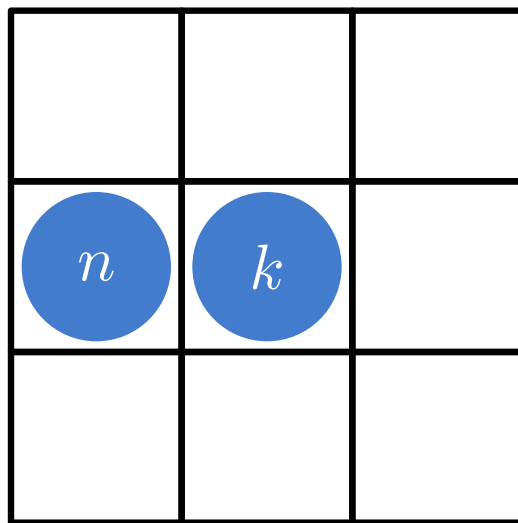


$$\begin{aligned} &\phi^{n-2}(\phi^2 + \phi - 1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

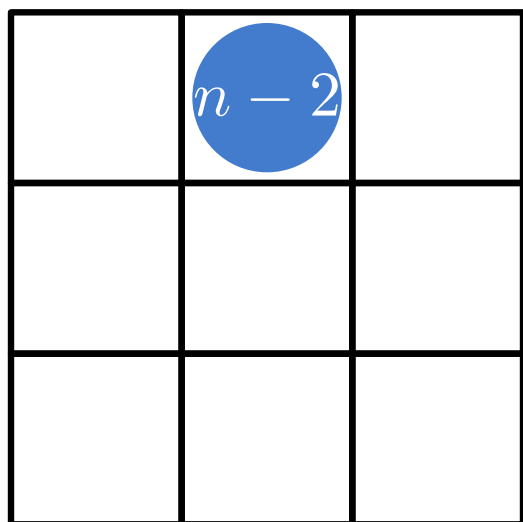
¿Cómo cambia el potencial?



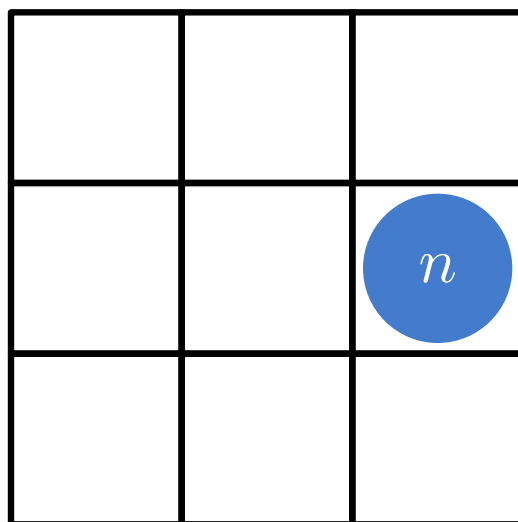
$$\phi^n + \phi^{n-1}$$



$$\phi^n + \phi^k$$



$$\phi^{n-2}$$

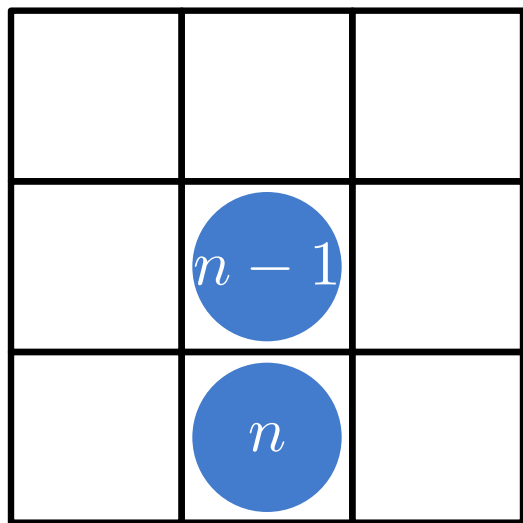


$$\phi^n$$

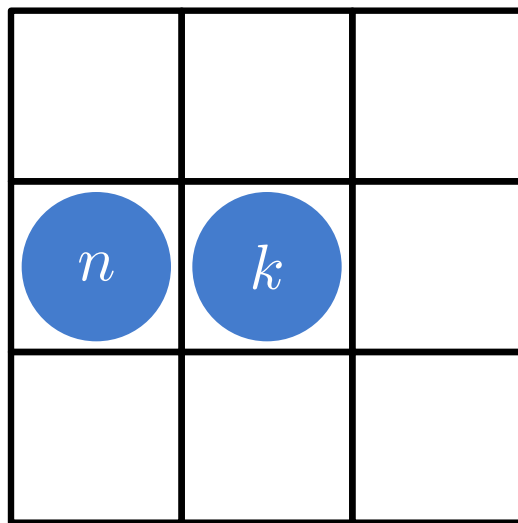
$$\phi^{n-2}(\phi^2 + \phi - 1)$$

$$= 0$$

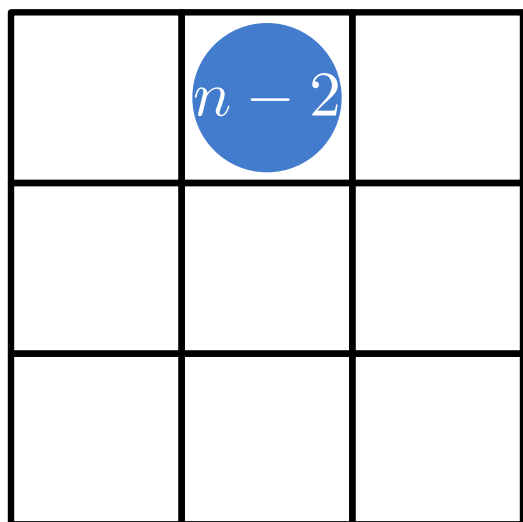
¿Cómo cambia el potencial?



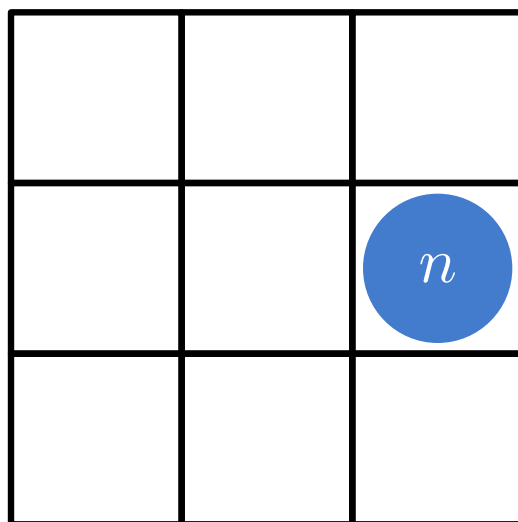
$$\phi^n + \phi^{n-1}$$



$$\phi^n + \phi^k$$



$$\phi^{n-2}$$

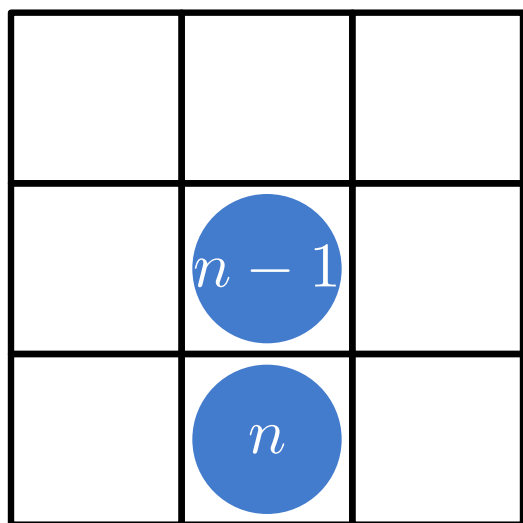


$$\phi^n$$

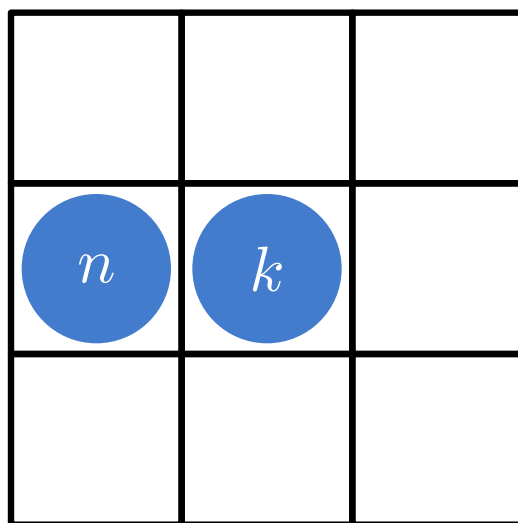
$$\begin{aligned} &\phi^{n-2}(\phi^2 + \phi - 1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\phi^k \geq 0$$

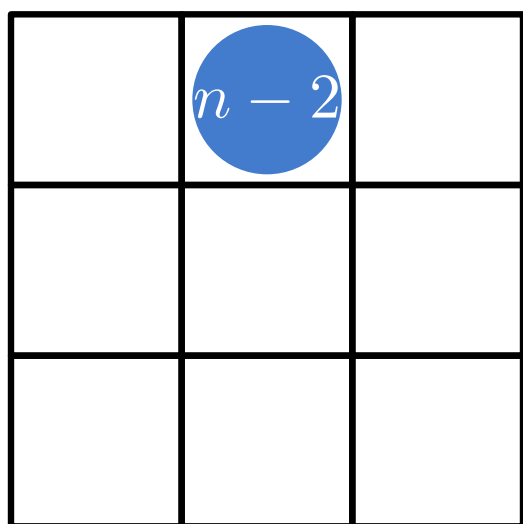
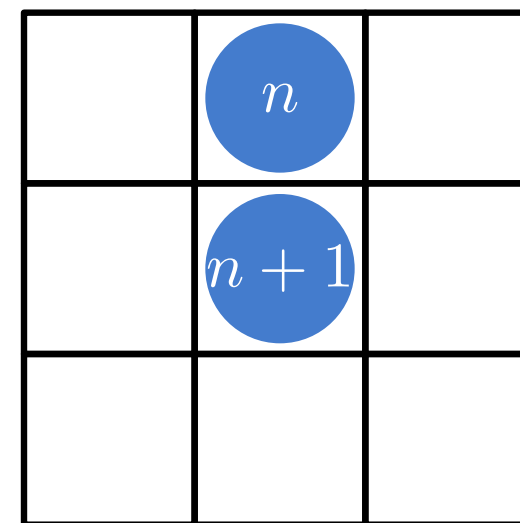
¿Cómo cambia el potencial?



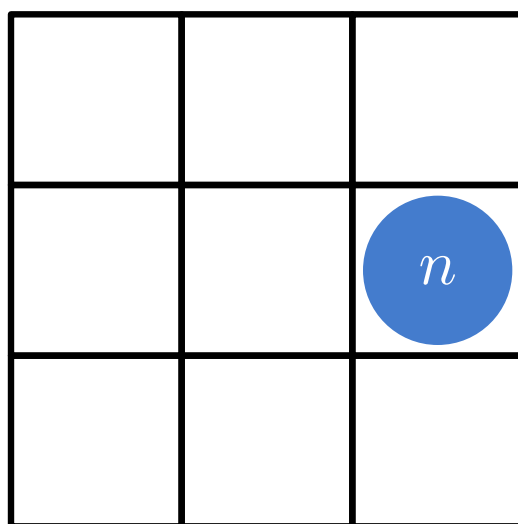
$$\phi^n + \phi^{n-1}$$



$$\phi^n + \phi^k$$



$$\phi^{n-2}$$

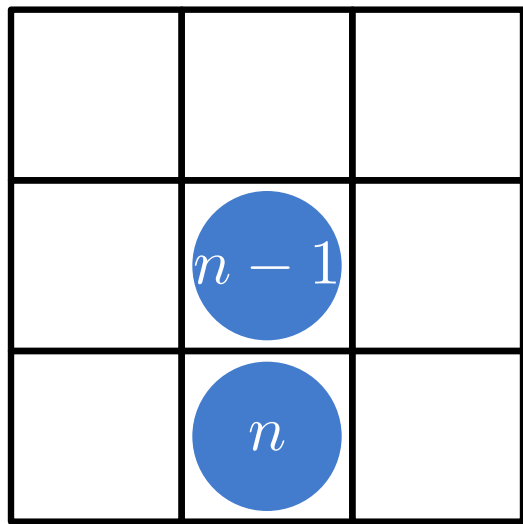


$$\phi^n$$

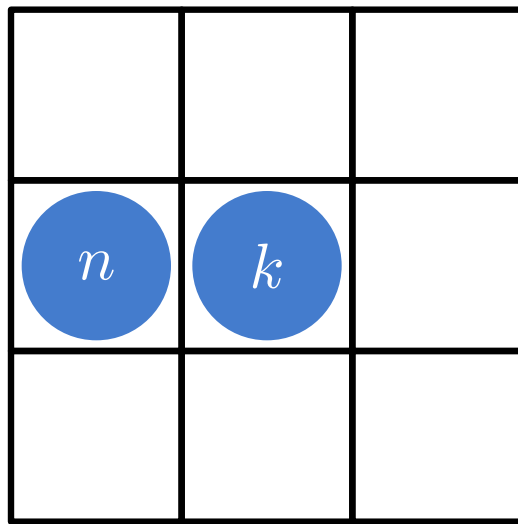
$$\phi^{n-2}(\phi^2 + \phi - 1)$$
$$= 0$$

$$\phi^k \geq 0$$

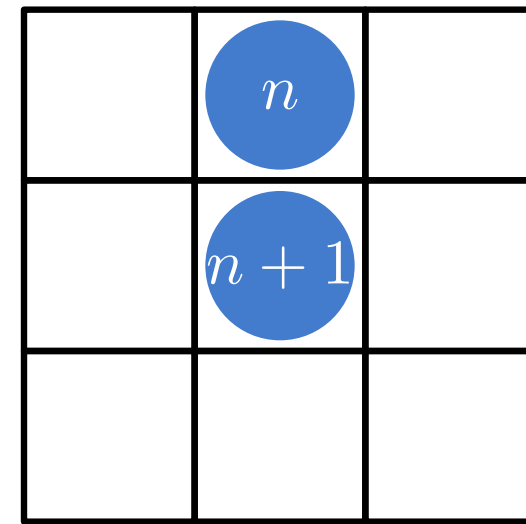
¿Cómo cambia el potencial?



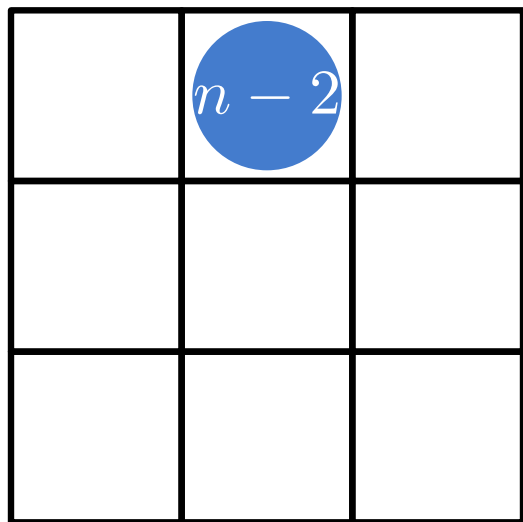
$$\phi^n + \phi^{n-1}$$



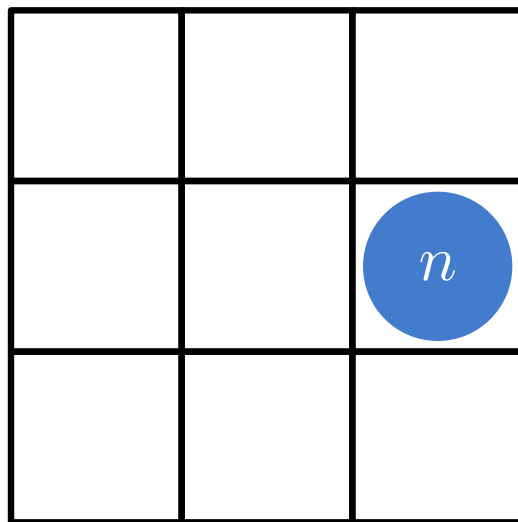
$$\phi^n + \phi^k$$



$$\phi^n + \phi^{n+1}$$



$$\phi^{n-2}$$



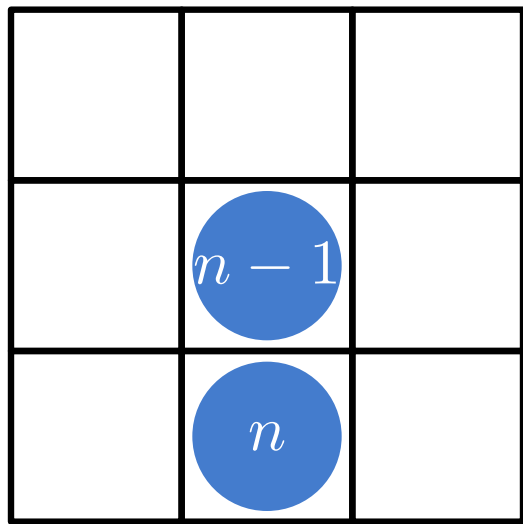
$$\phi^n$$

$$\phi^{n-2}(\phi^2 + \phi - 1)$$

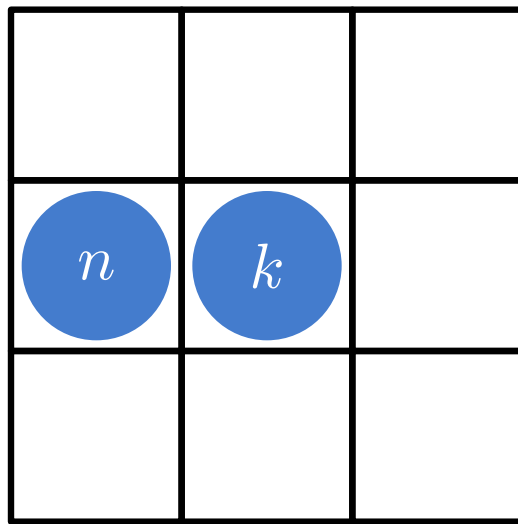
$$= 0$$

$$\phi^k \geq 0$$

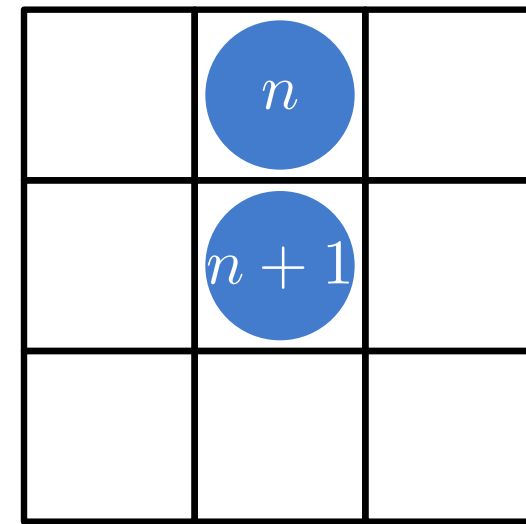
¿Cómo cambia el potencial?



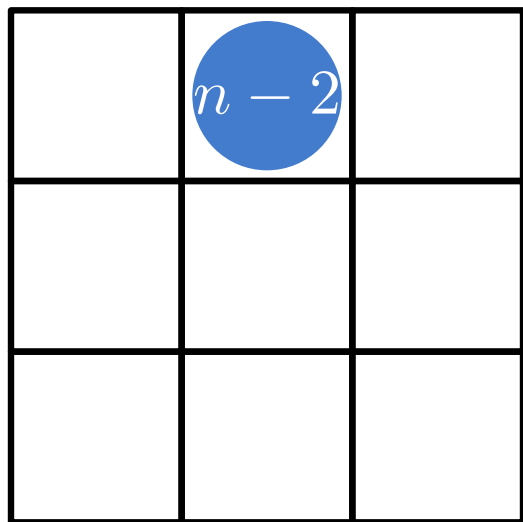
$$\phi^n + \phi^{n-1}$$



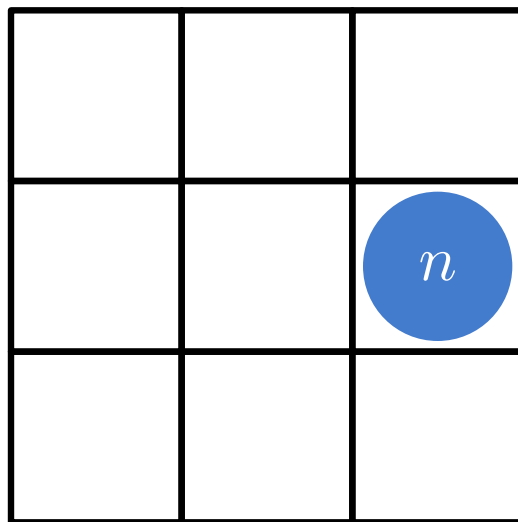
$$\phi^n + \phi^k$$



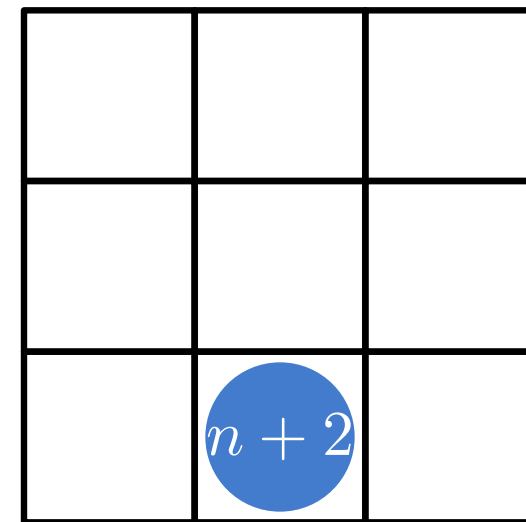
$$\phi^n + \phi^{n+1}$$



$$\phi^{n-2}$$



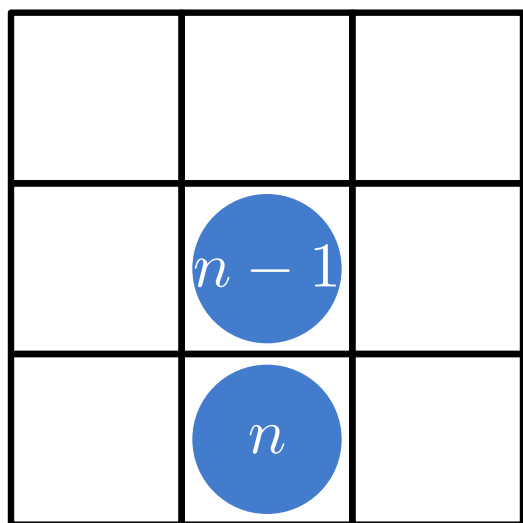
$$\phi^n$$



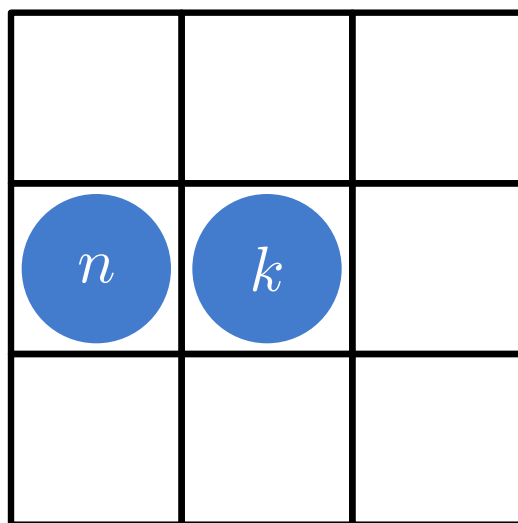
$$\begin{aligned} &\phi^{n-2}(\phi^2 + \phi - 1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\phi^k \geq 0$$

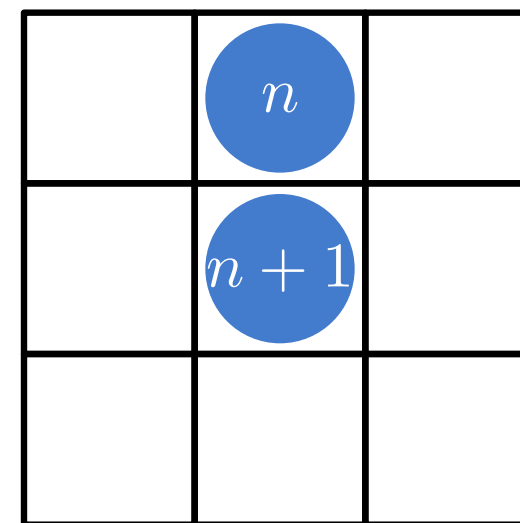
¿Cómo cambia el potencial?



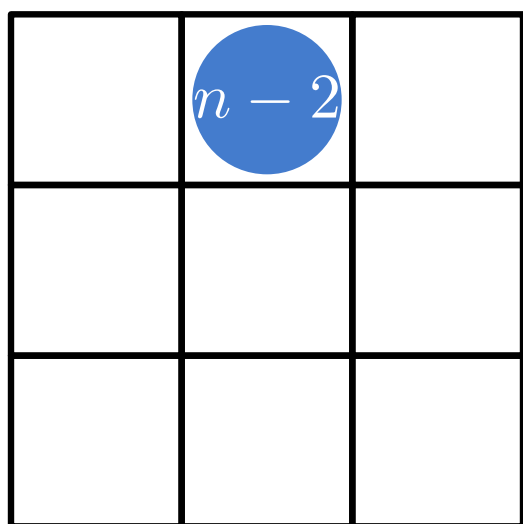
$$\phi^n + \phi^{n-1}$$



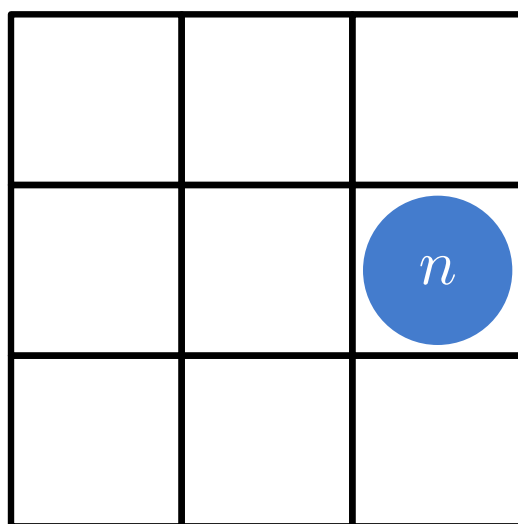
$$\phi^n + \phi^k$$



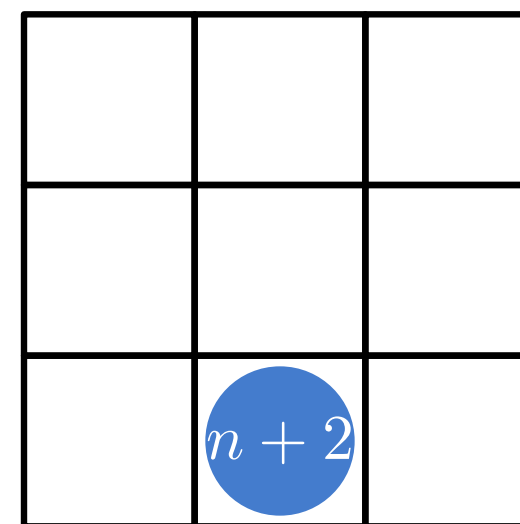
$$\phi^n + \phi^{n+1}$$



$$\phi^{n-2}$$



$$\phi^n$$

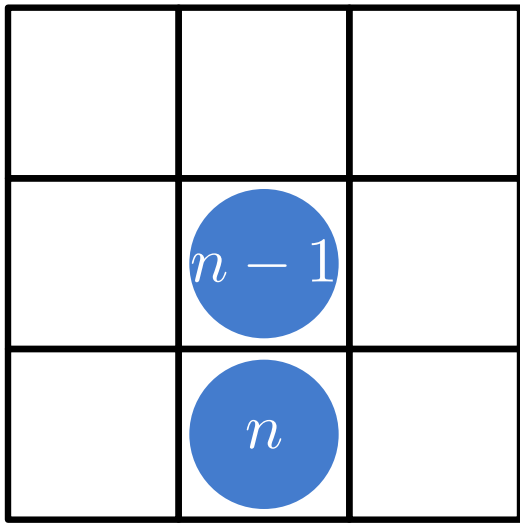


$$\phi^{n+2}$$

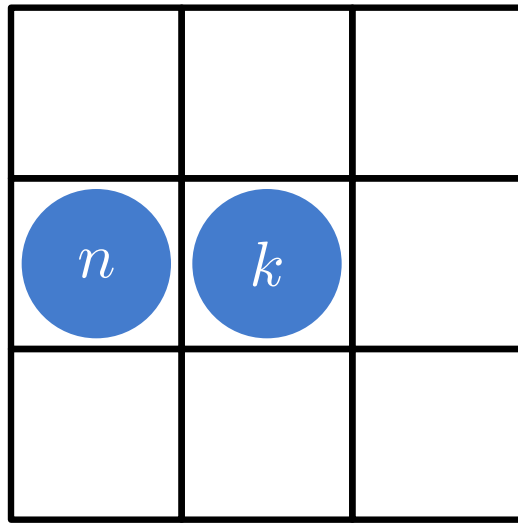
$$\phi^{n-2}(\phi^2 + \phi - 1) = 0$$

$$\phi^k \geq 0$$

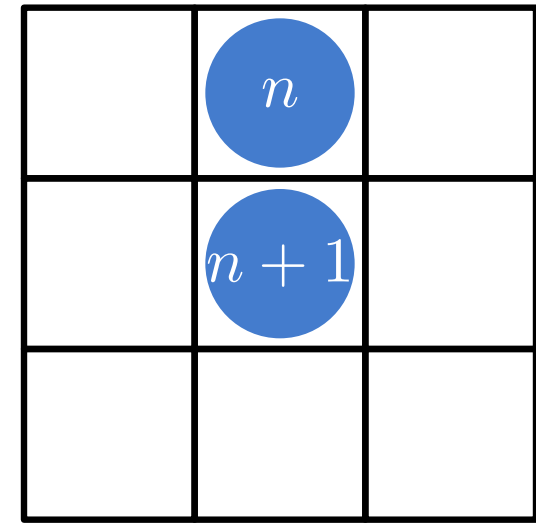
¿Cómo cambia el potencial?



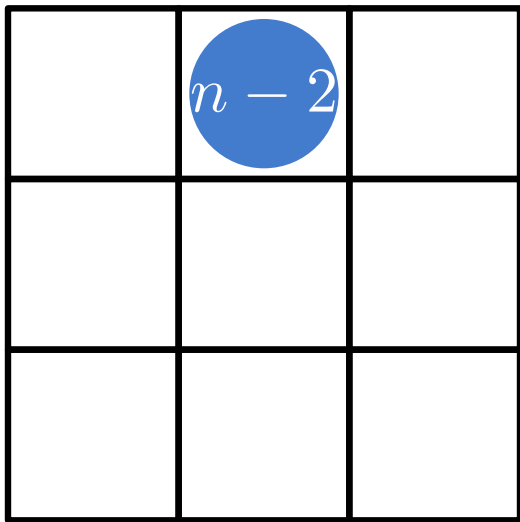
$$\phi^n + \phi^{n-1}$$



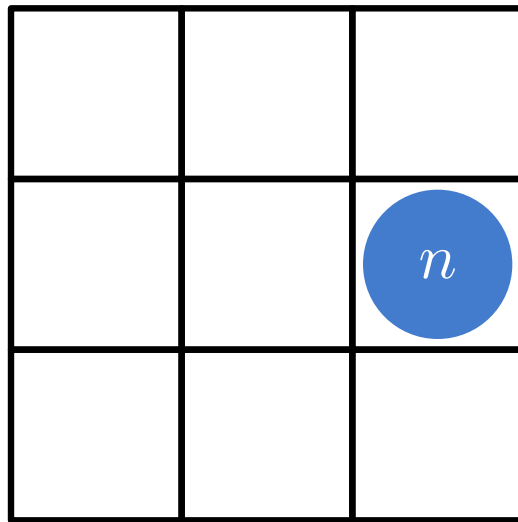
$$\phi^n + \phi^k$$



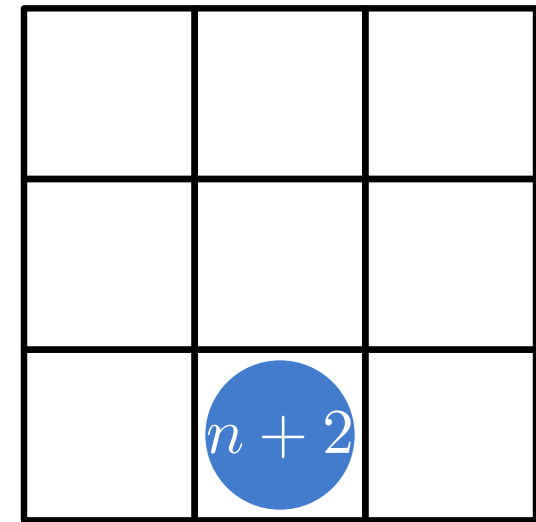
$$\phi^n + \phi^{n+1}$$



$$\phi^{n-2}$$



$$\phi^n$$



$$\phi^{n+2}$$

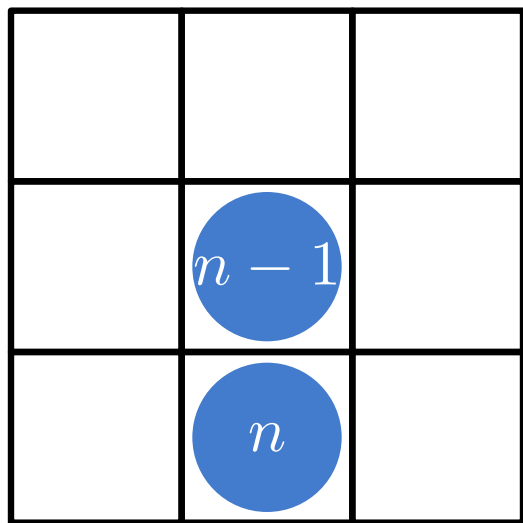
$$\phi^{n-2}(\phi^2 + \phi - 1)$$

$$= 0$$

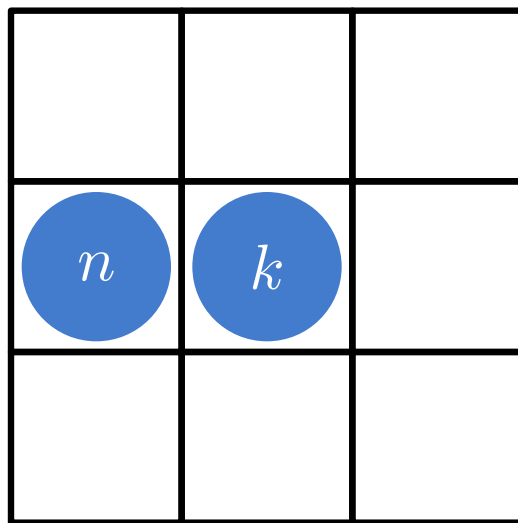
$$\phi^k \geq 0$$

$$\phi^n(1 + \phi - \phi^2)$$

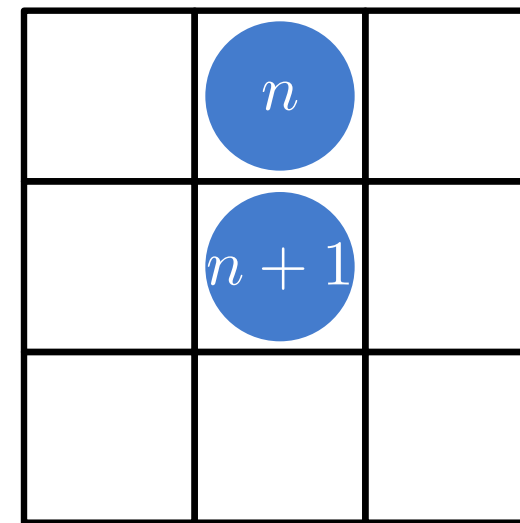
¿Cómo cambia el potencial?



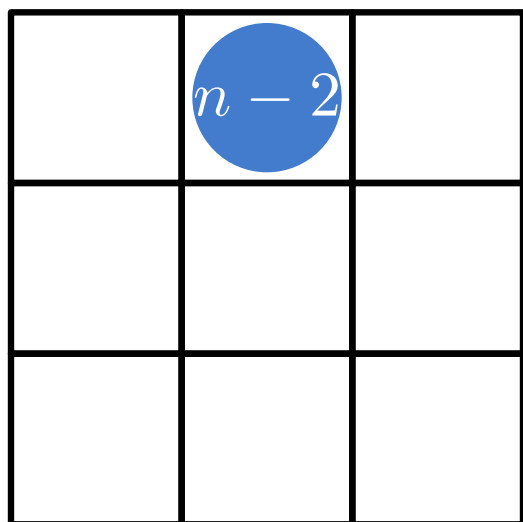
$$\phi^n + \phi^{n-1}$$



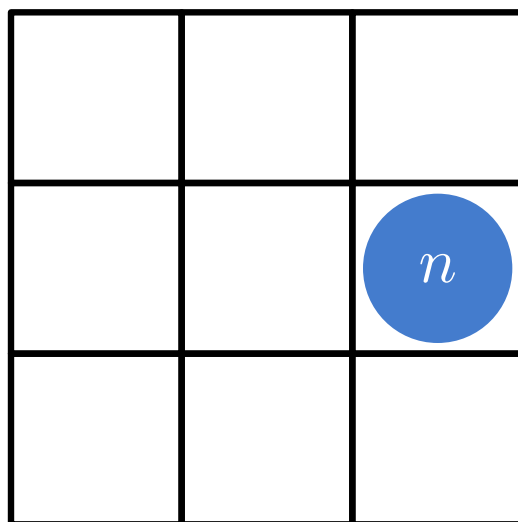
$$\phi^n + \phi^k$$



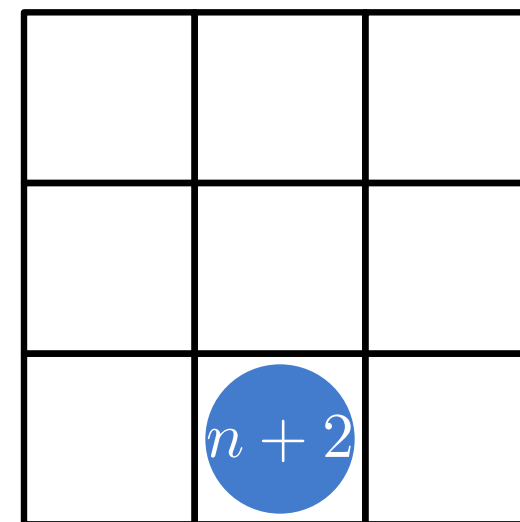
$$\phi^n + \phi^{n+1}$$



$$\phi^{n-2}$$



$$\phi^n$$



$$\phi^{n+2}$$

$$\phi^{n-2}(\phi^2 + \phi - 1)$$

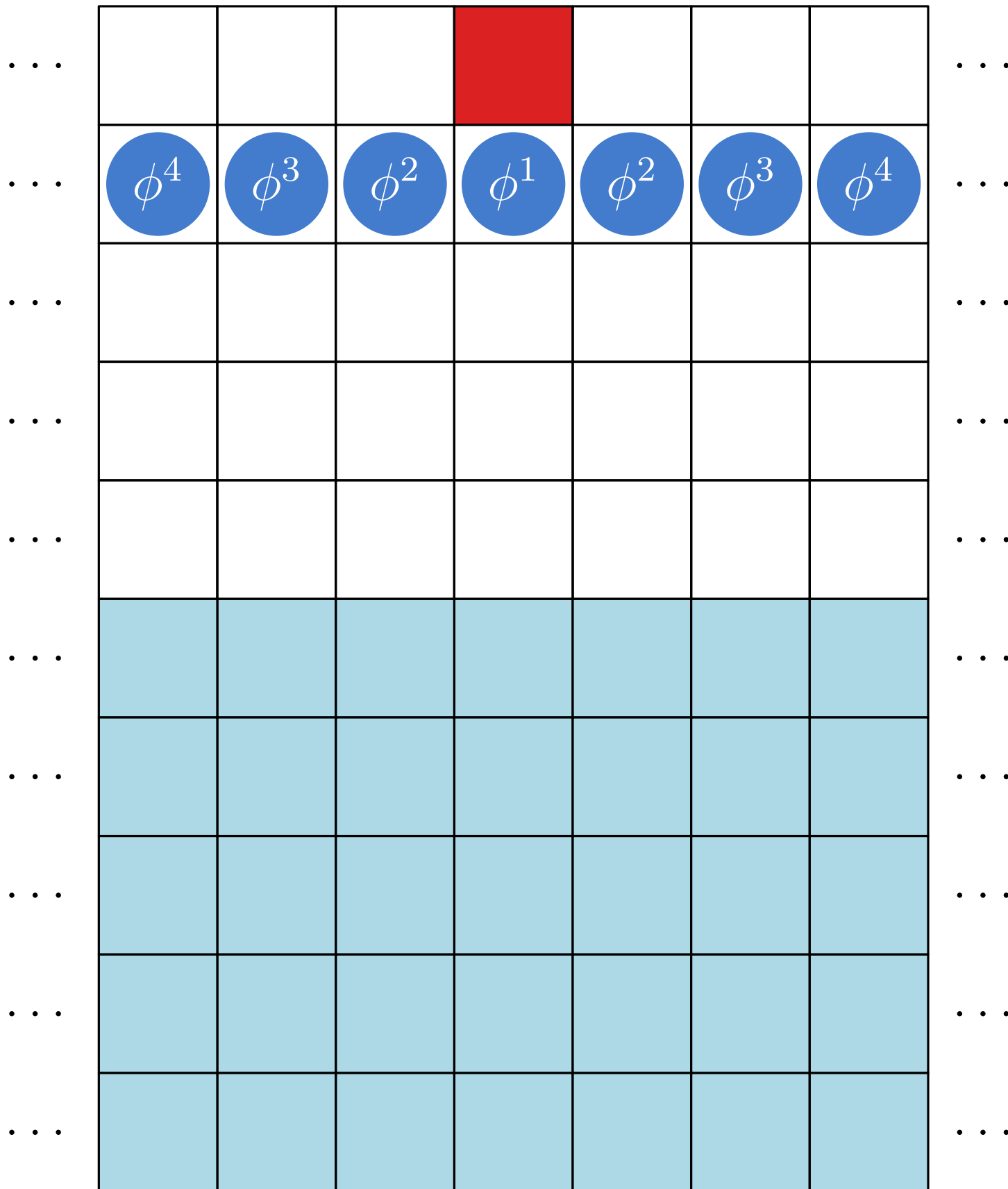
$$= 0$$

$$\phi^k \geq 0$$

$$\phi^n(1 + \phi - \phi^2)$$

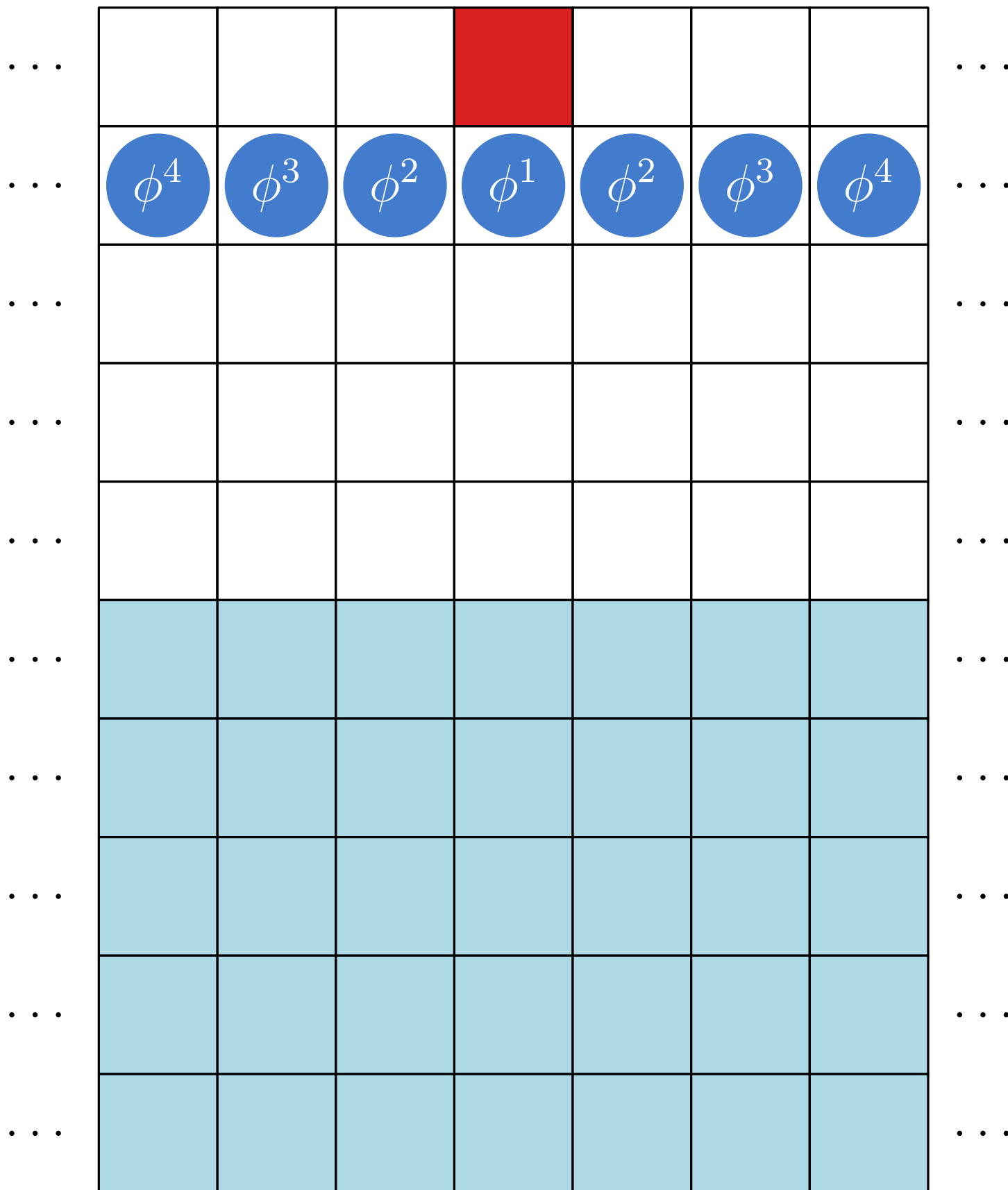
$$\geq 0$$

¿Cuánto potencial hay al inicio?



$L = \text{potencial linea}$

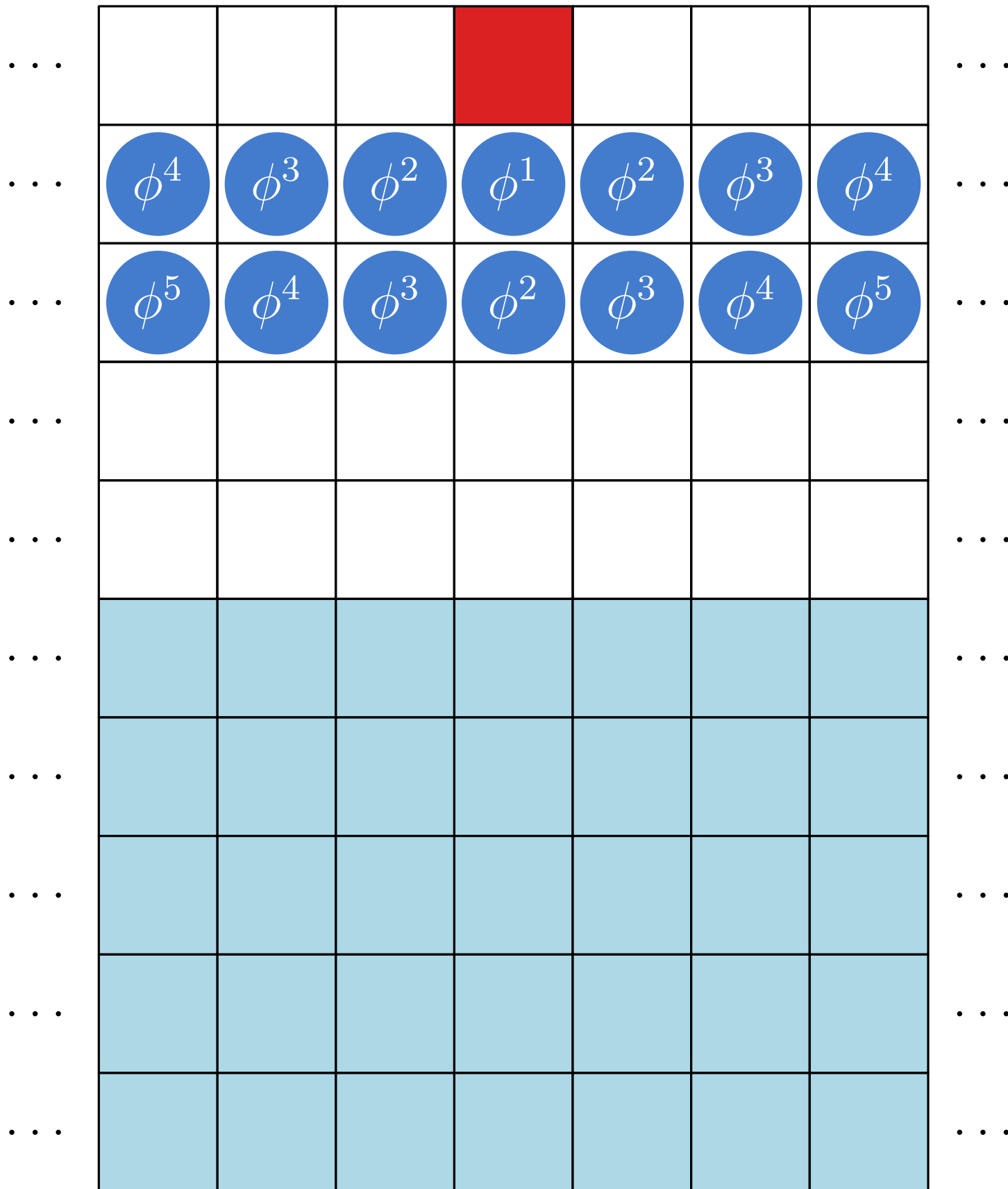
¿Cuánto potencial hay al inicio?



$L = \text{potencial linea}$

$< L$

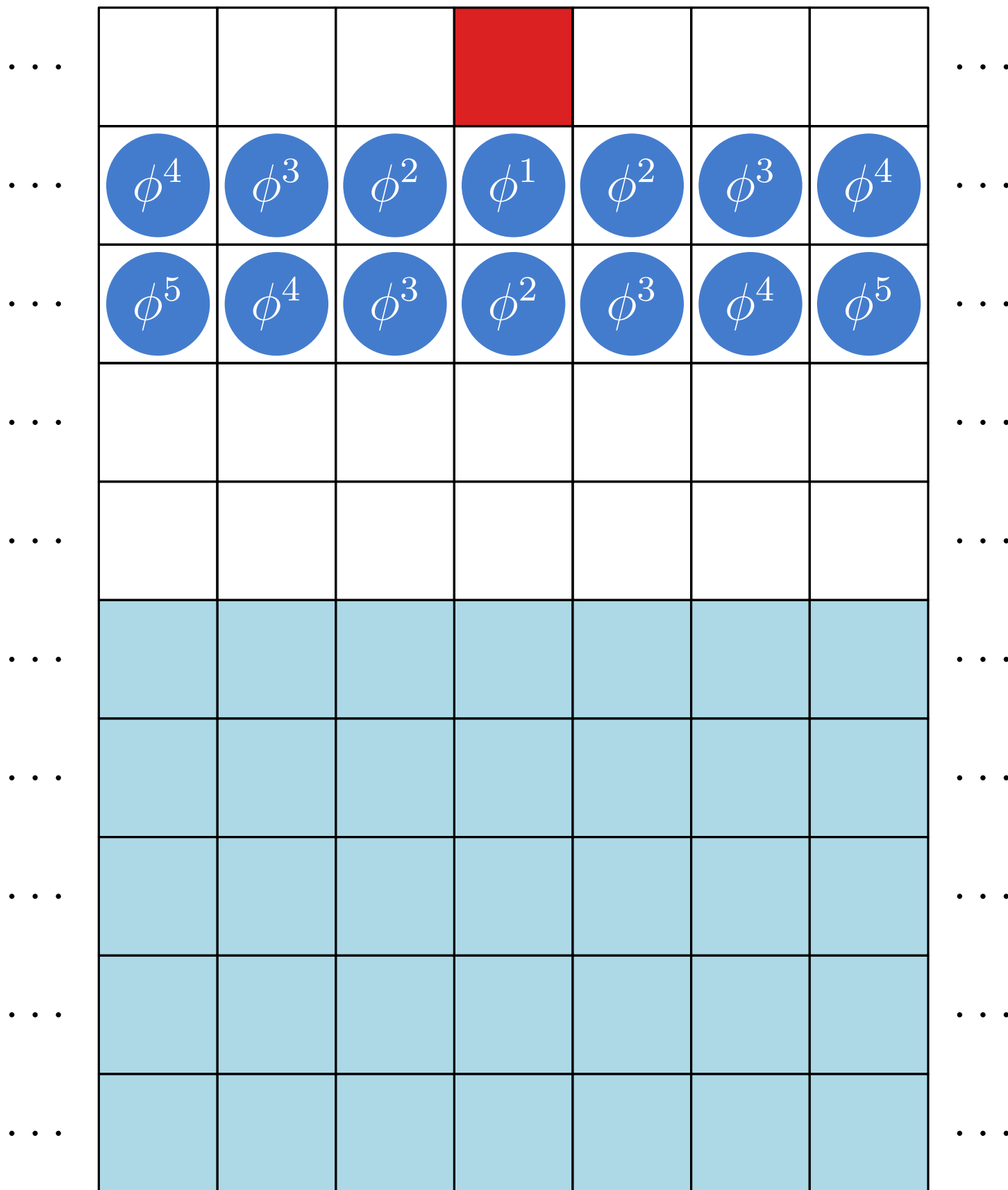
¿Cuánto potencial hay al inicio?



$L = \text{potencial linea}$

$< L$

¿Cuánto potencial hay al inicio?

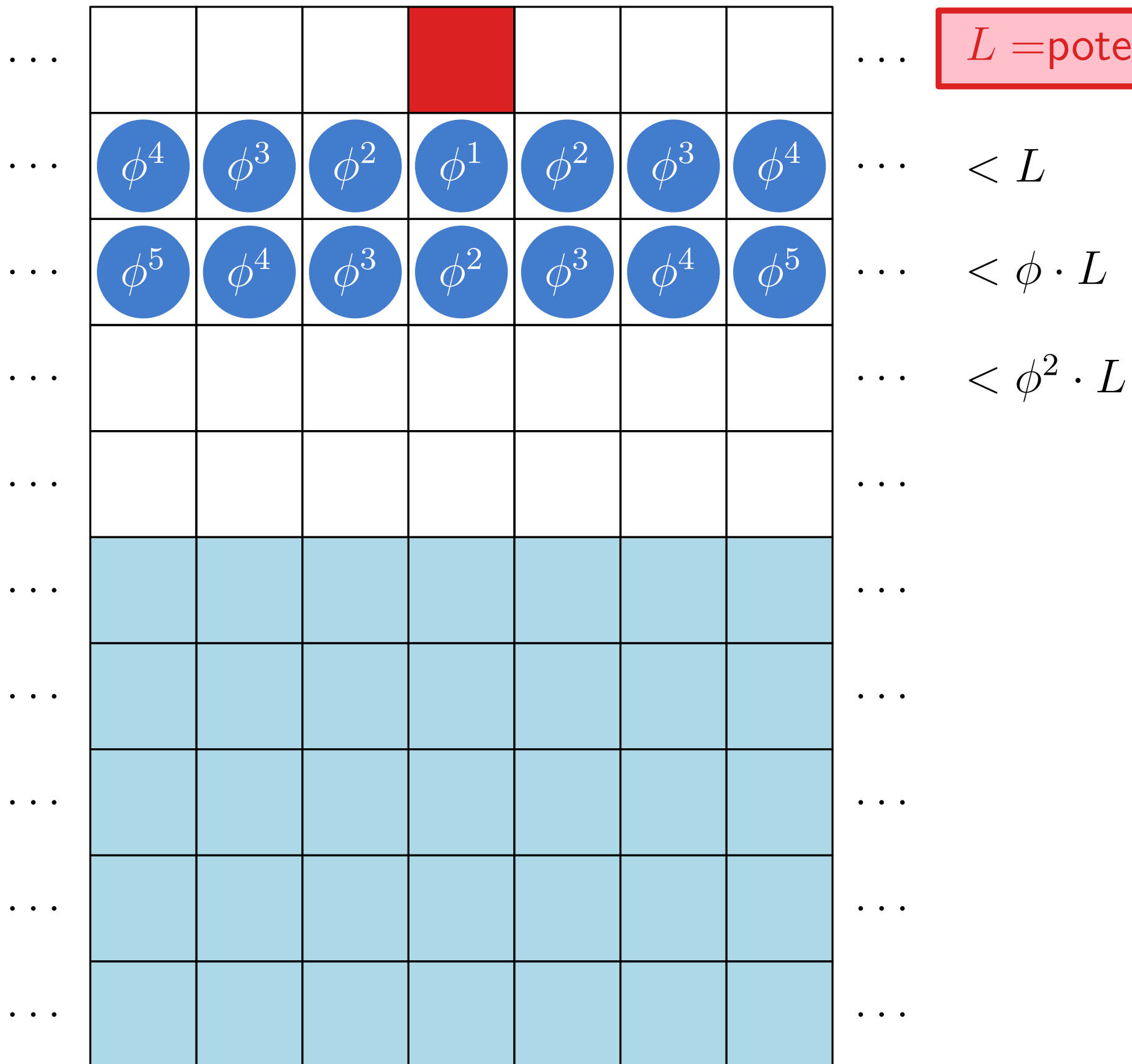


$L = \text{potencial linea}$

$< L$

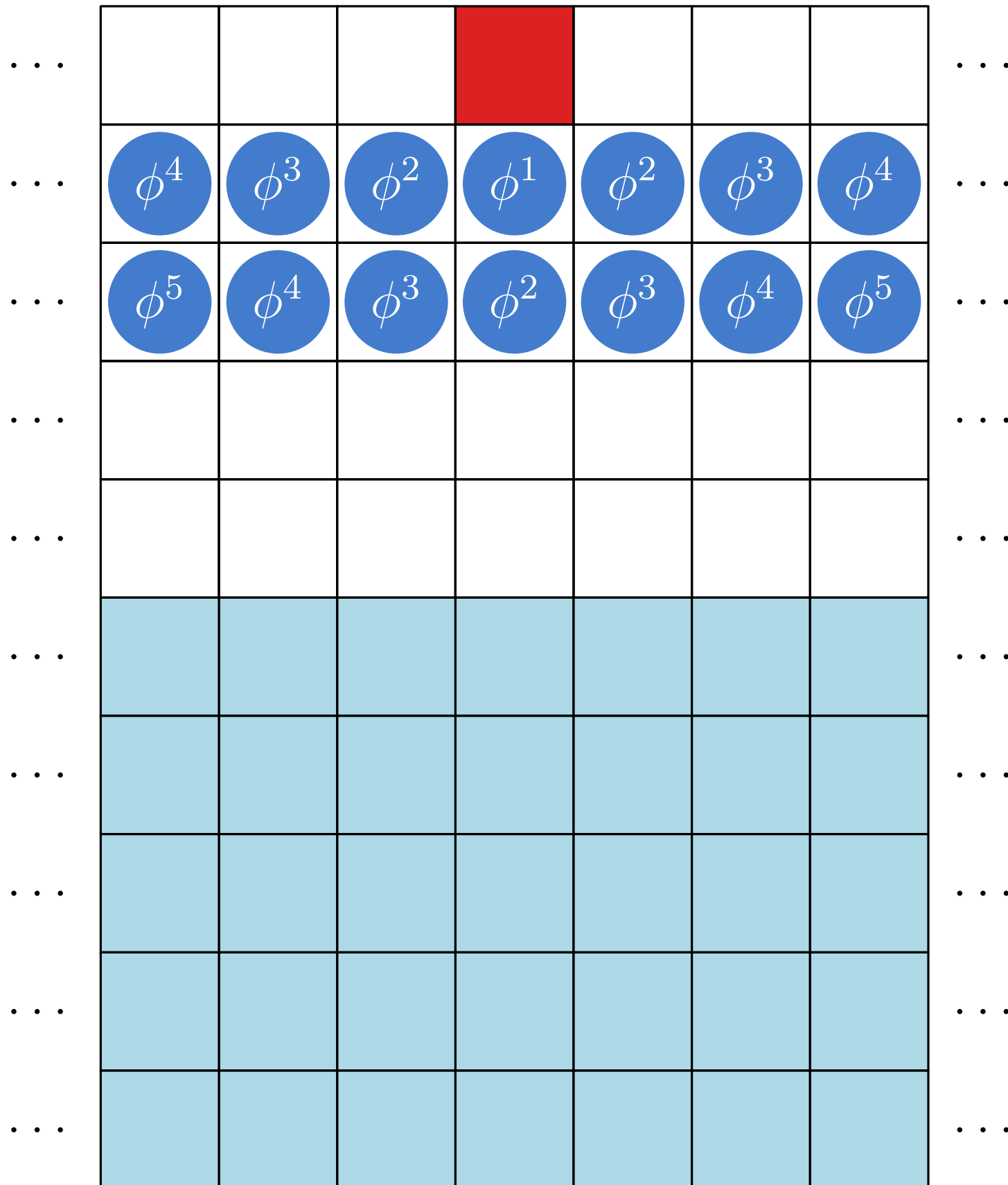
$< \phi \cdot L$

¿Cuánto potencial hay al inicio?



$L =$ potencial linea

¿Cuánto potencial hay al inicio?



$L = \text{potencial linea}$

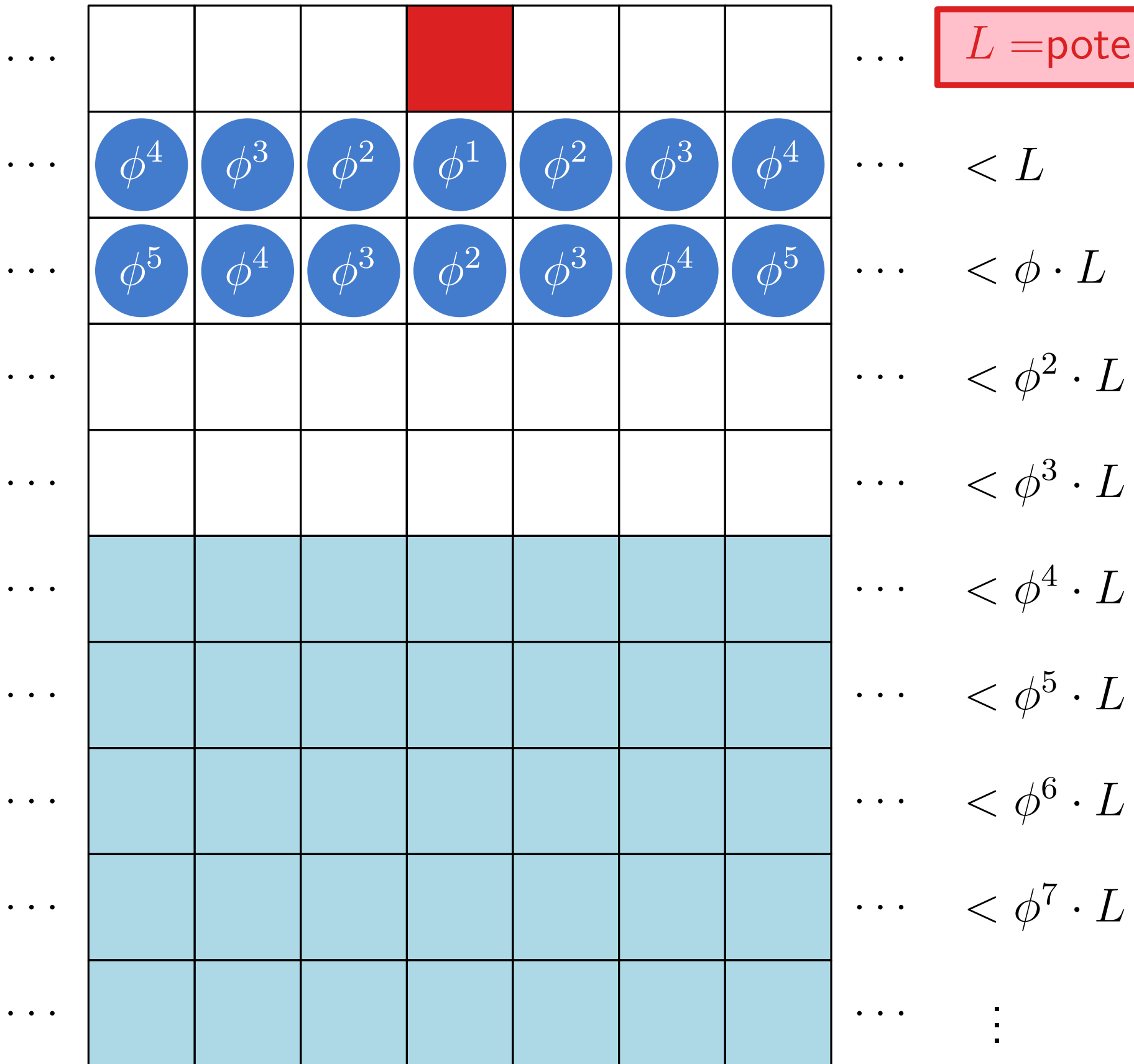
$< L$

$< \phi \cdot L$

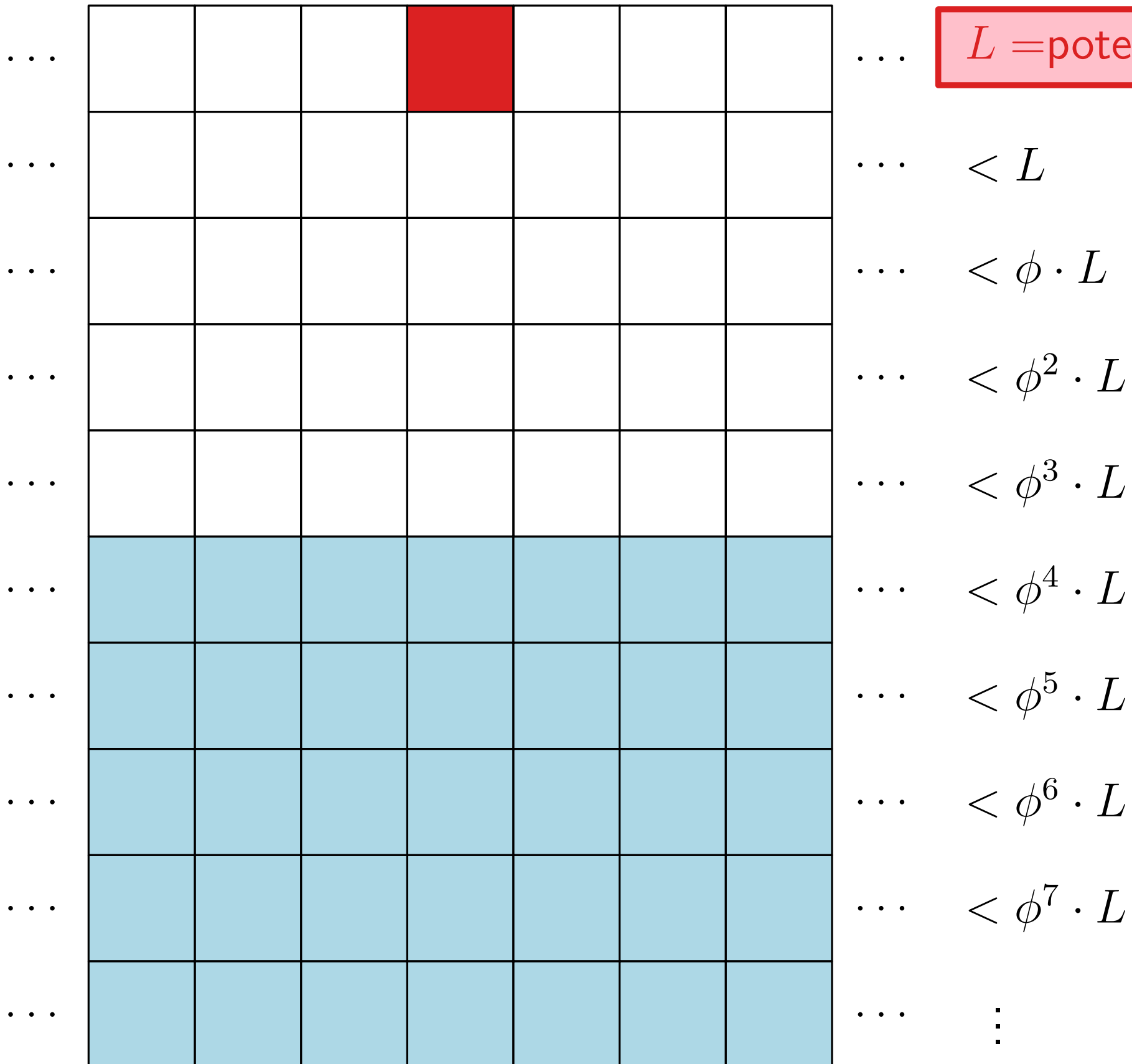
$< \phi^2 \cdot L$

$< \phi^3 \cdot L$

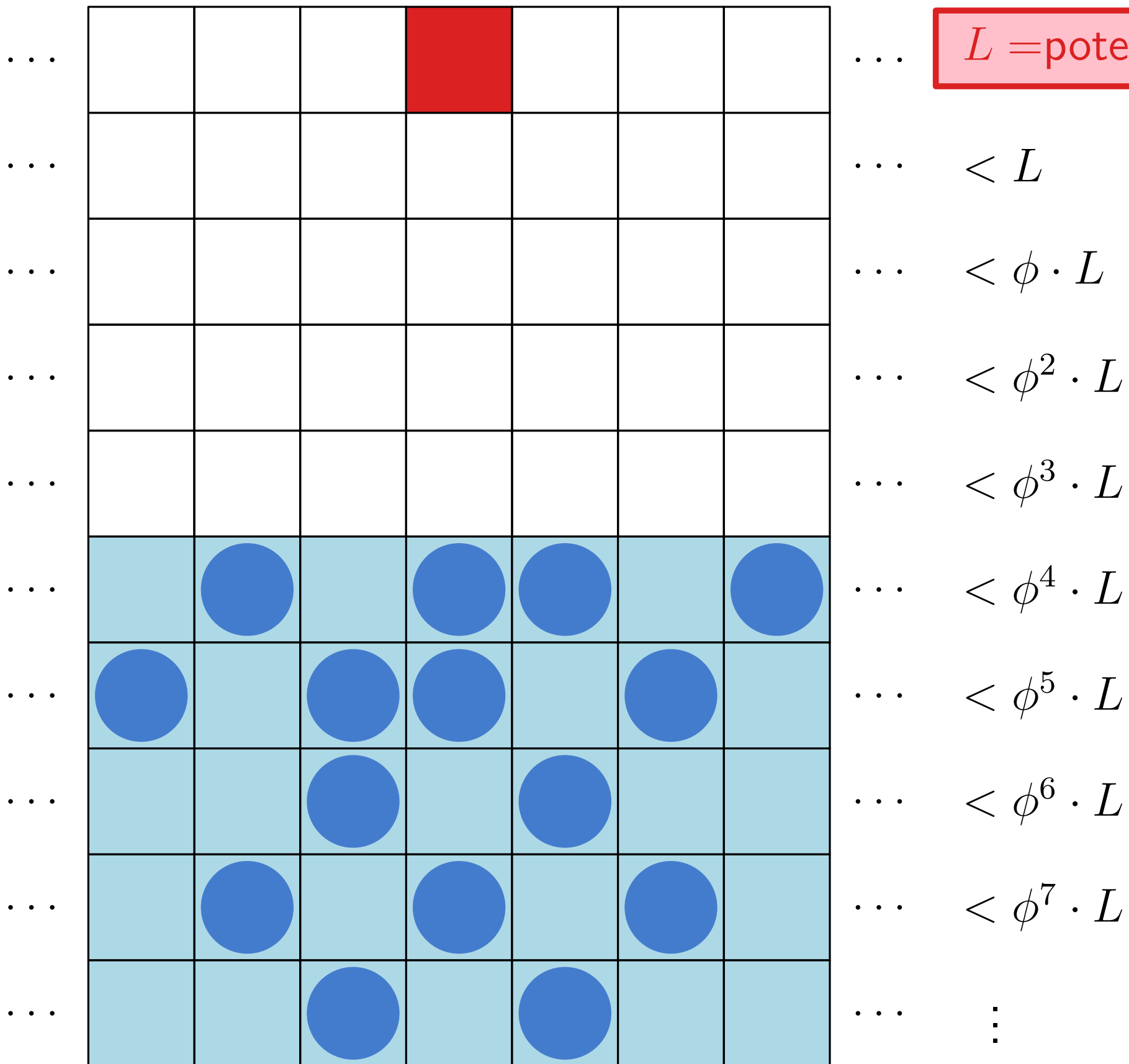
¿Cuánto potencial hay al inicio?



¿Cuánto potencial hay al inicio?



¿Cuánto potencial hay al inicio?



Suma Geométrica

- El potencial de una configuración inicial es menor a:

Suma Geométrica

- El potencial de una configuración inicial es menor a:

$$L(\phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots)$$

Suma Geométrica

- El potencial de una configuración inicial es menor a:

$$L(\phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots)$$

- ¿Podemos calcular algo así?

Suma Geométrica

- El potencial de una configuración inicial es menor a:

$$L(\phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots)$$

- ¿Podemos calcular algo así?

$$S = \phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots$$

Suma Geométrica

- El potencial de una configuración inicial es menor a:

$$L(\phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots)$$

- ¿Podemos calcular algo así?

$$S = \phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots$$

$$\phi S = \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \phi^8 + \dots$$

Suma Geométrica

- El potencial de una configuración inicial es menor a:

$$L(\phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots)$$

- ¿Podemos calcular algo así?

$$S = \phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots$$

$$\begin{array}{r} - \\ \hline \phi S = \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \phi^8 + \dots \end{array}$$

Suma Geométrica

- El potencial de una configuración inicial es menor a:

$$L(\phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots)$$

- ¿Podemos calcular algo así?

$$S = \phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots$$

$$\begin{array}{r} - \quad \phi S = \quad \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \phi^8 + \dots \\ \hline \end{array}$$

$$(1 - \phi)S = \phi^4$$

Suma Geométrica

- El potencial de una configuración inicial es menor a:

$$L(\phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots)$$

- ¿Podemos calcular algo así?

$$S = \phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots$$

$$- \quad \phi S = \quad \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \phi^8 + \dots$$

$$(1 - \phi)S = \phi^4$$

- $S = \frac{\phi^4}{1-\phi} = \frac{\phi^4}{\phi^2} = \phi^2.$

Suma Geométrica

- El potencial de una configuración inicial es menor a:

$$L(\phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots)$$

- ¿Podemos calcular algo así?

$$S = \phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots$$

$$- \quad \phi S = \quad \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \phi^8 + \dots$$

$$(1 - \phi)S = \phi^4$$

- $S = \frac{\phi^4}{1-\phi} = \frac{\phi^4}{\phi^2} = \phi^2.$

- El potencial máximo es menor a $SL = \phi^2 L$

Suma Geométrica

- El potencial de una configuración inicial es menor a:

$$L(\phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots)$$

- ¿Podemos calcular algo así?

$$S = \phi^4 + \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \dots$$

$$- \quad \phi S = \quad \phi^5 + \phi^6 + \phi^7 + \phi^8 + \dots$$

$$(1 - \phi)S = \phi^4$$

- $S = \frac{\phi^4}{1-\phi} = \frac{\phi^4}{\phi^2} = \phi^2.$

- El potencial máximo es menor a $SL = \phi^2 L$

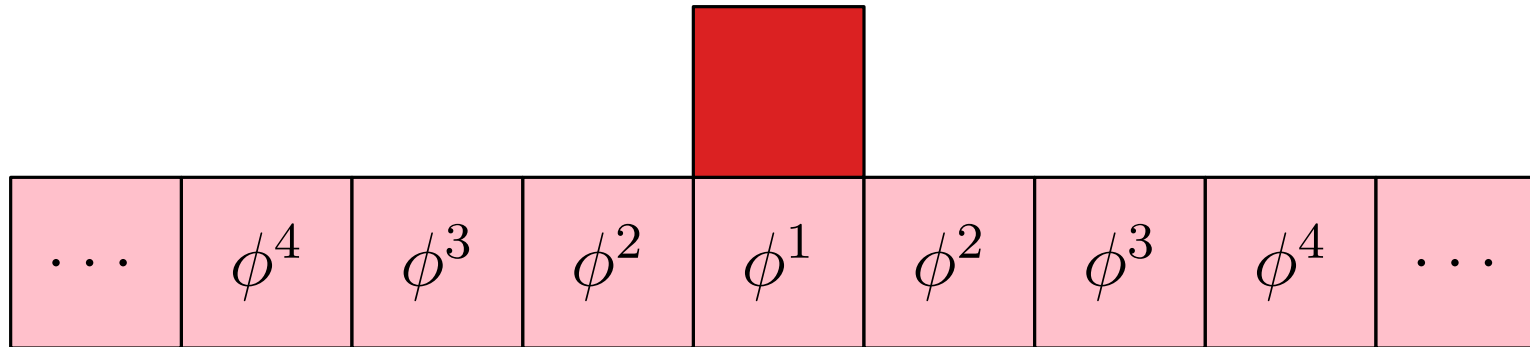
- Sólo nos queda calcular $L...$

Potencial de una línea

- El potencial inicial es menor a $SL = \phi^2 L$. Sólo quedar calcular $L...$

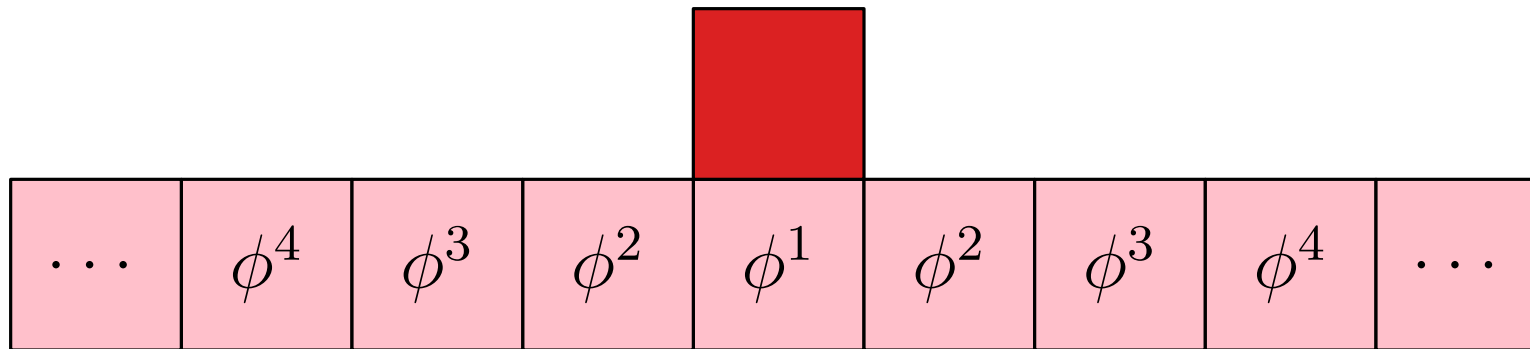
Potencial de una línea

- El potencial inicial es menor a $SL = \phi^2 L$. Sólo quedar calcular $L...$



Potencial de una linea

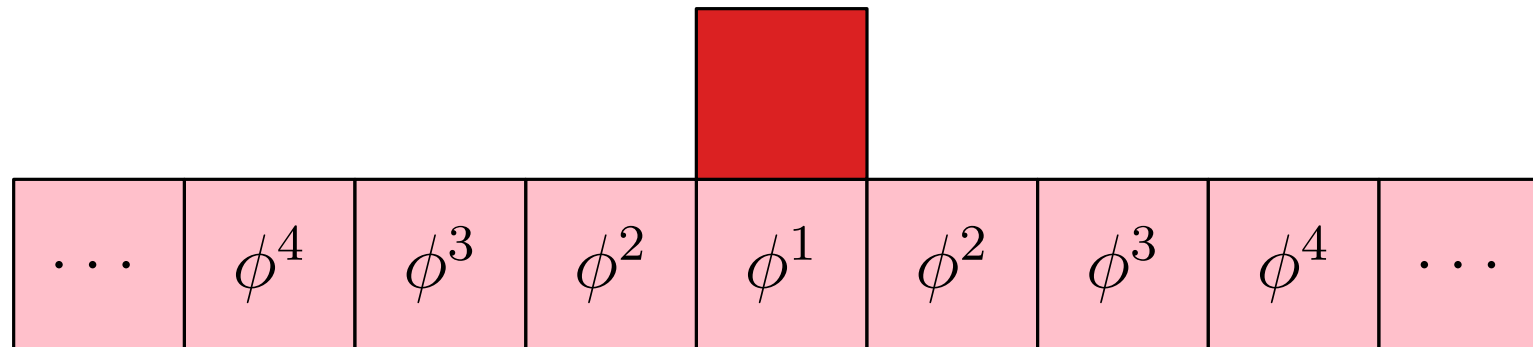
- El potencial inicial es menor a $SL = \phi^2 L$. Sólo quedar calcular $L...$



$$L = \phi + 2\phi^2 + 2\phi^3 + 2\phi^4 + \dots$$

Potencial de una linea

- El potencial inicial es menor a $SL = \phi^2 L$. Sólo quedar calcular $L...$

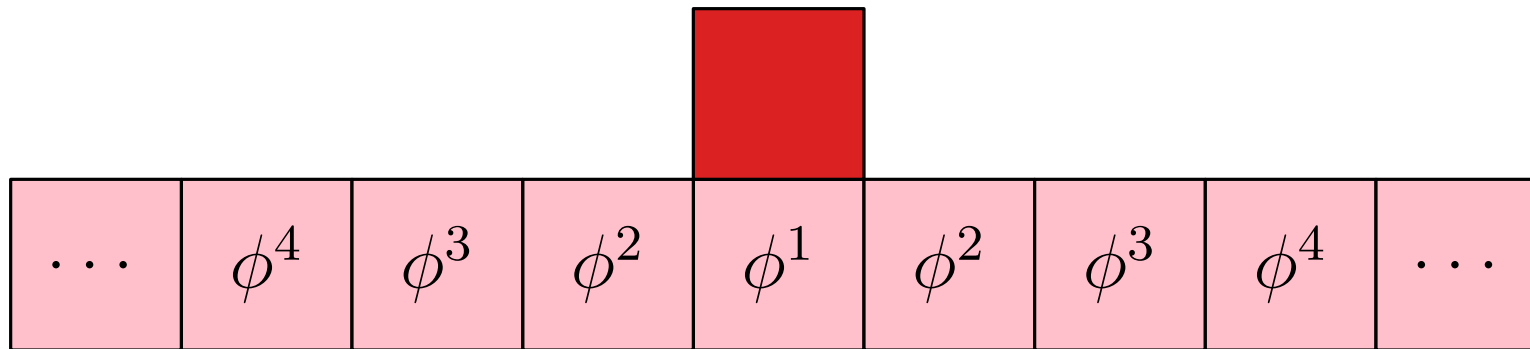


$$L = \phi + 2\phi^2 + 2\phi^3 + 2\phi^4 + \dots$$

$$\phi L = \phi^2 + 2\phi^3 + 2\phi^4 + 2\phi^5 \dots$$

Potencial de una linea

- El potencial inicial es menor a $SL = \phi^2 L$. Sólo quedar calcular $L...$

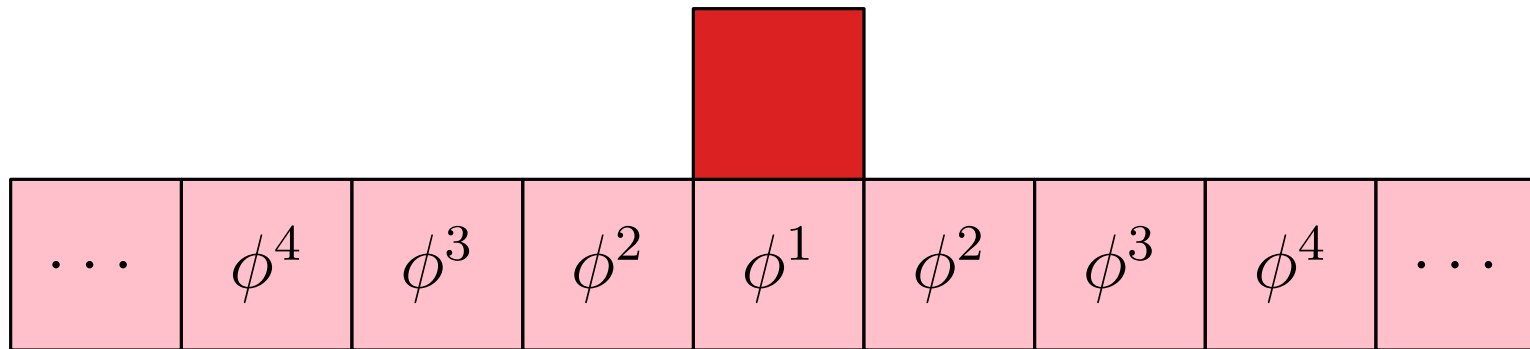


$$L = \phi + 2\phi^2 + 2\phi^3 + 2\phi^4 + \dots$$

$$- \quad \phi L = \quad \phi^2 + 2\phi^3 + 2\phi^4 + 2\phi^5 \dots$$

Potencial de una linea

- El potencial inicial es menor a $SL = \phi^2 L$. Sólo quedar calcular $L...$



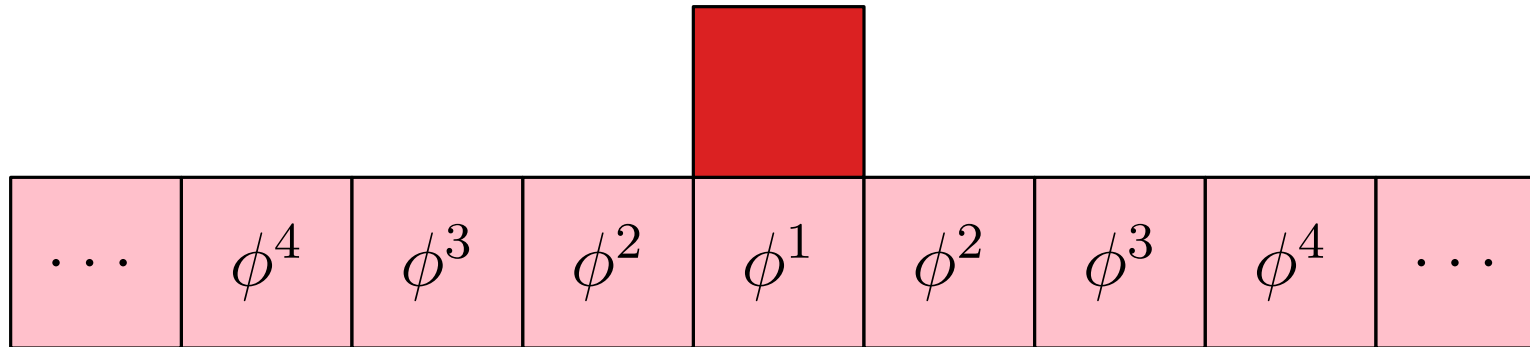
$$L = \phi + 2\phi^2 + 2\phi^3 + 2\phi^4 + \dots$$

$$- \quad \phi L = \quad \phi^2 + 2\phi^3 + 2\phi^4 + 2\phi^5 \dots$$

$$(1 - \phi)L = \phi + \phi^2$$

Potencial de una línea

- El potencial inicial es menor a $SL = \phi^2 L$. Sólo quedar calcular L ...



$$L = \phi + 2\phi^2 + 2\phi^3 + 2\phi^4 + \dots$$

$$- \quad \phi L = \quad \phi^2 + 2\phi^3 + 2\phi^4 + 2\phi^5 \dots$$

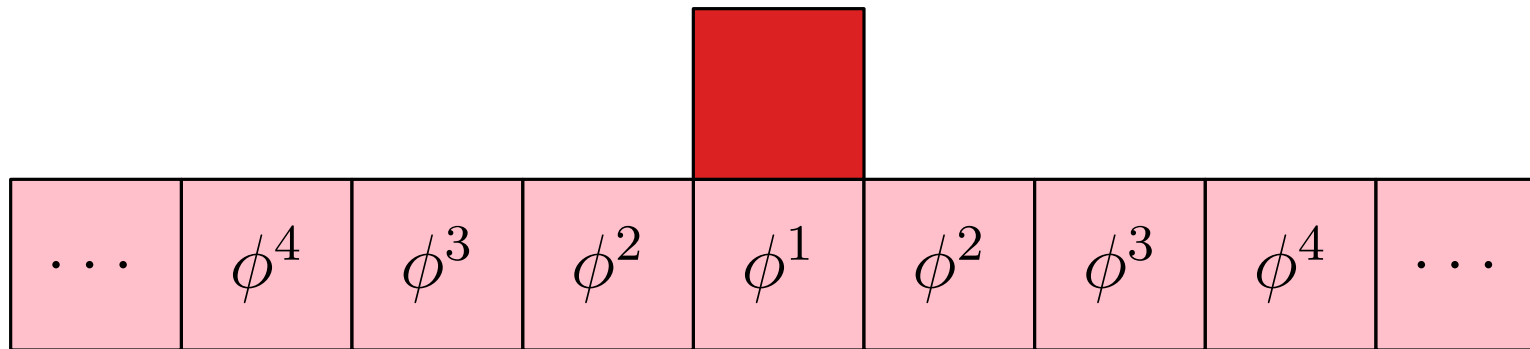
$$(1 - \phi)L = \phi + \phi^2$$

Ecuación áurea:

$$1 = \phi + \phi^2$$

Potencial de una línea

- El potencial inicial es menor a $SL = \phi^2 L$. Sólo quedar calcular $L...$



$$L = \phi + 2\phi^2 + 2\phi^3 + 2\phi^4 + \dots$$

$$- \quad \phi L = \quad \phi^2 + 2\phi^3 + 2\phi^4 + 2\phi^5 \dots$$

$$(1 - \phi)L = \phi + \phi^2$$

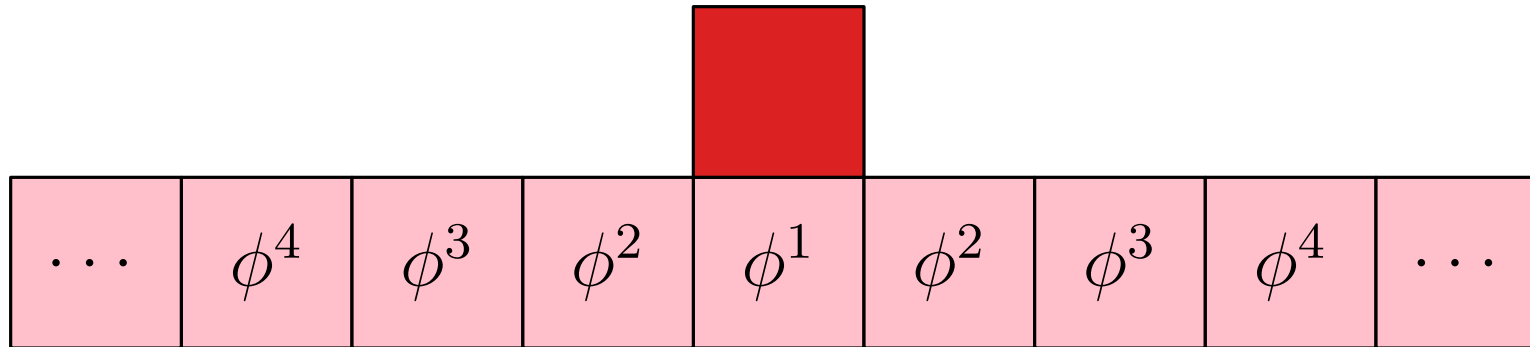
- Por tanto $\phi^2 L = \phi + \phi^2 = 1$

Ecuación áurea:

$$1 = \phi + \phi^2$$

Potencial de una línea

- El potencial inicial es menor a $SL = \phi^2 L$. Sólo quedar calcular $L...$



$$\begin{array}{r} L = \phi + 2\phi^2 + 2\phi^3 + 2\phi^4 + \dots \\ - \quad \phi L = \quad \phi^2 + 2\phi^3 + 2\phi^4 + 2\phi^5 \dots \\ \hline (1 - \phi)L = \phi + \phi^2 \end{array}$$

Ecuación áurea:

$$1 = \phi + \phi^2$$

- Por tanto $\phi^2 L = \phi + \phi^2 = 1$
- ¡El potencial inicial es menor a 1!

■ Recapitulemos por contradicción

Recapitulando

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada soldado vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma de sus soldados.

Idea:

Resumiendo

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada soldado vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma de sus soldados.

Idea:

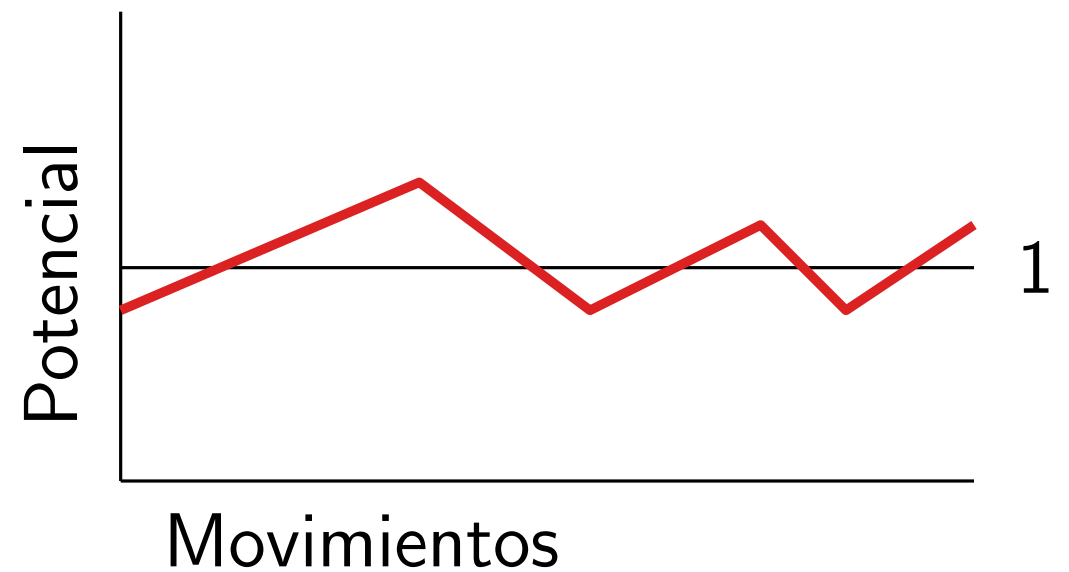


Resumendo

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada soldado vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma de sus soldados.

Idea:



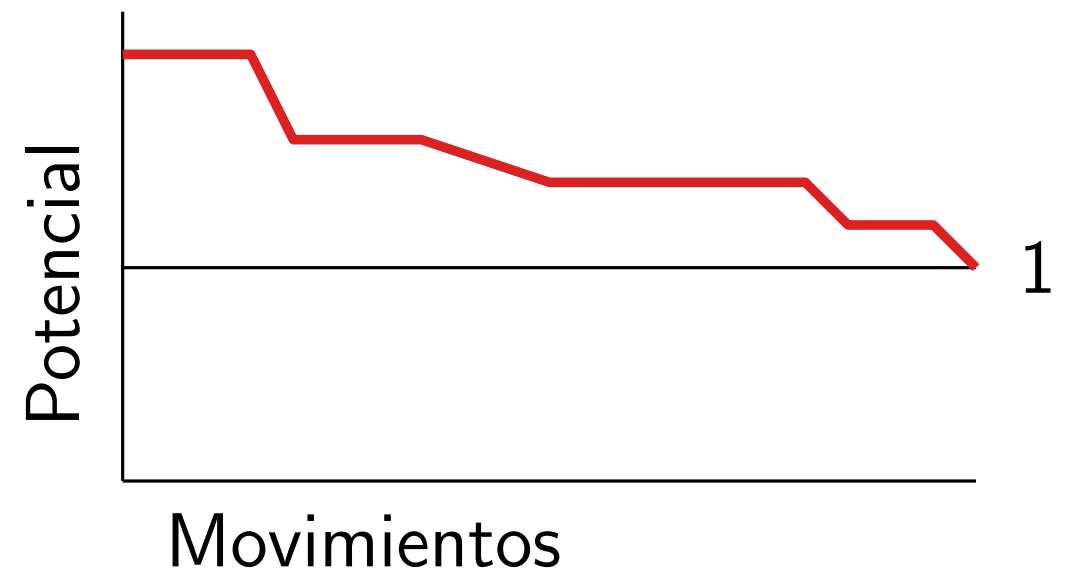
- Potencial termina sobre o igual a 1

Recapitulando

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada soldado vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma de sus soldados.

Idea:



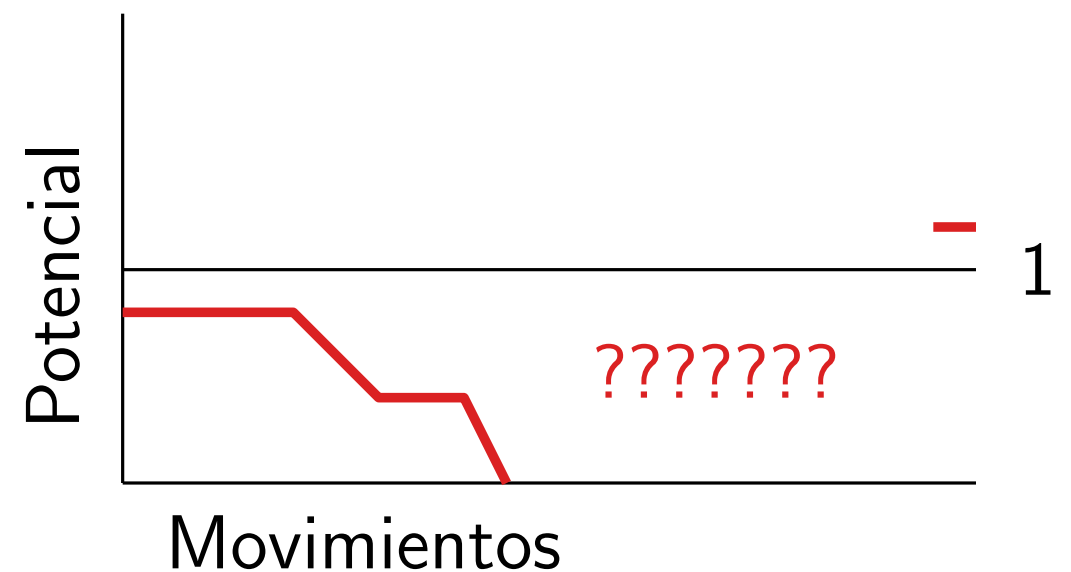
- Potencial termina sobre o igual a 1
- Potencial no puede aumentar.

Recapitulando

ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^0	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3
ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^1	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4
ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^2	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5
ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^3	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6
ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^4	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7
ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^5	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8
ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^6	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9
ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^7	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}
ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^8	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}
ϕ^{12}	ϕ^{11}	ϕ^{10}	ϕ^9	ϕ^{10}	ϕ^{11}	ϕ^{12}

- Supongamos logramos la quinta fila
- Cada soldado vale ϕ^{Dist}
- Potencial del tablero = suma de sus soldados.

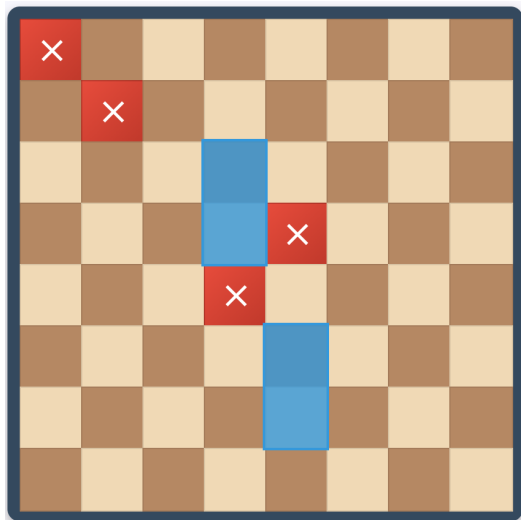
Idea:



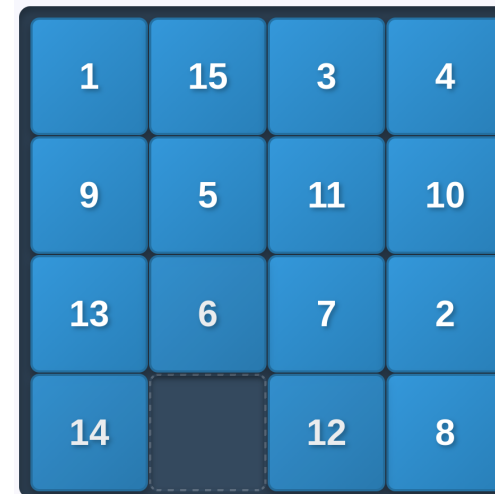
- Potencial termina sobre o igual a 1
- Potencial no puede aumentar.
- Potencial parte bajo 1.

4 Puzzles Clásicos

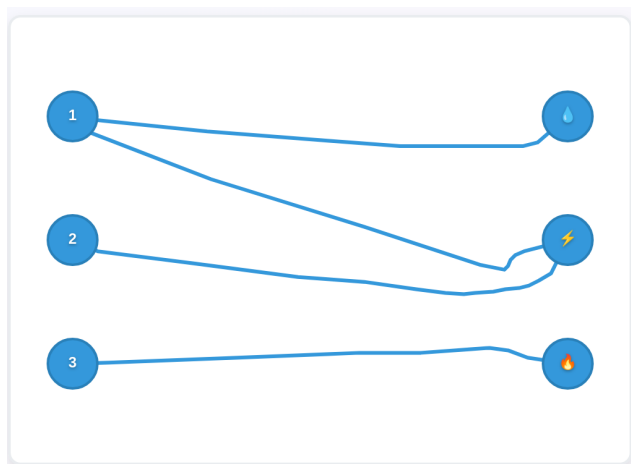
Tablero mutilado



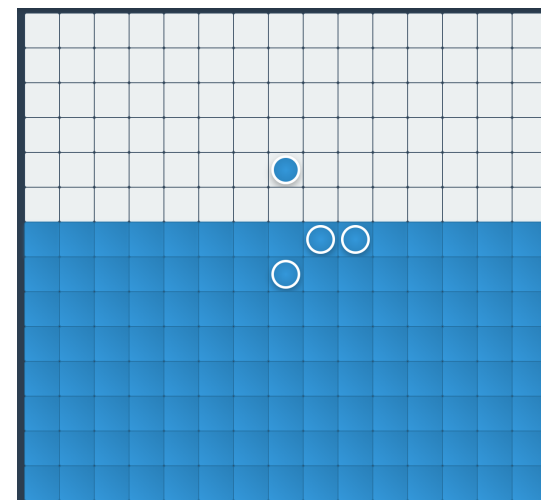
Puzzle-9 y Puzzle-15



3 Servicios

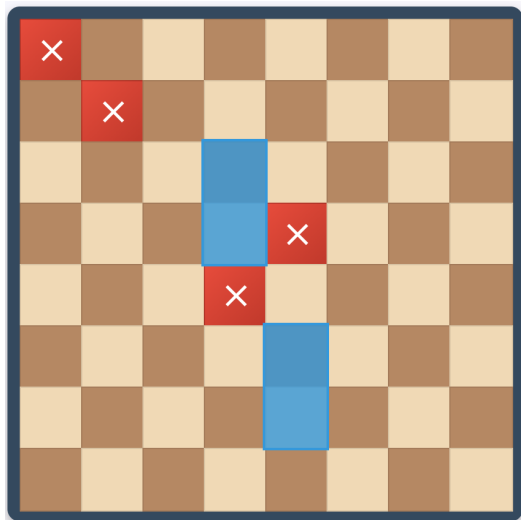


Soldados de Conway

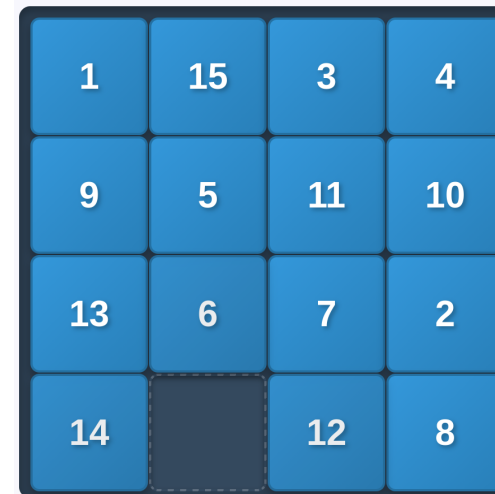


4 Puzzles Clásicos

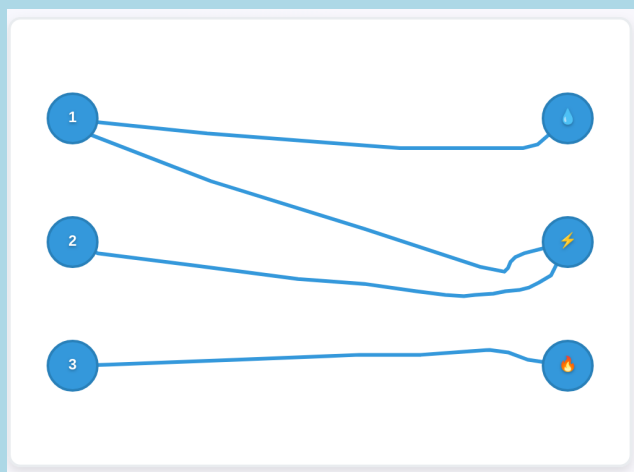
Tablero mutilado



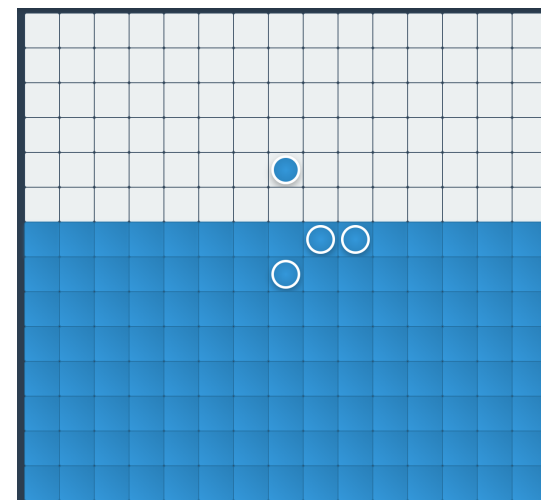
Puzzle-9 y Puzzle-15



3 Servicios



Soldados de Conway



Más puzzles



Más actividades



¿Preguntas?