



XCI Encuentro anual de la Sociedad de Matemática de Chile

18 al 21 de Diciembre de 2023.

Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile.

Santiago, Chile.

k -Independencia en Redes Booleanas

Raúl Astete*

Departamento de Ingeniería Matemática
Universidad de Concepción

Abstract

En el contexto del testeo combinatorial, se introducen los “covering arrays” binarios de fuerza k como herramienta para probar algoritmos que entregan resultados incorrectos debido a la interacción de k parámetros. Más específicamente, una matriz A de m filas y n columnas, con elementos en $\{0, 1\}$, se dice *covering array* de fuerza k si para cualquier subconjunto de k columnas, en las filas indexadas por dicha elección, aparecen todos los vectores de $\{0, 1\}^k$. Por otro lado, una red Booleana es un sistema de n variables que interactúan entre sí y evolucionan en un tiempo discreto, de acuerdo a una regla predefinida. Formalmente, una red Booleana (RB) es una función $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n$, donde $f(x) = (f_1(x), \dots, f_n(x))$ para $x \in \{0, 1\}^n$, y dichas funciones $f_i : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ corresponden a funciones de activación local. Definimos además el digrafo de interacción de la RB como $G = (V, A)$, con $V = \{1, 2, \dots, n\}$ de modo que el arco (i, j) existe cuando la función f_j depende de x_i . Es de particular interés estudiar aquellas configuraciones $x \in \{0, 1\}^n$ tales que $f(x) = x$, vale decir, puntos fijos de la red. A partir de ellos, es posible inferir información sobre las funciones de activación local de la red [3].

Dentro de un amplio espectro de aplicaciones, un ejemplo ilustre del uso de redes Booleanas se evidencia en el contexto de las redes genéticas, donde los puntos fijos adquieren particular relevancia, dado que se asemejan a configuraciones fenotípicas celulares [5]. Esto ha motivado una amplia investigación para entender qué podemos decir de una RB a partir de sus puntos fijos. Sin embargo, la mayoría de los trabajos en esta dirección estudian la relación entre la cantidad de puntos fijos y propiedades sobre las funciones de activación local [1, 2]. No se ha estudiado en profundidad la información que podemos obtener sobre la arquitectura de una RB a partir de propiedades estructurales del conjunto de sus puntos fijos. Un primer paso en esta dirección es el trabajo realizado en [4]. En este contexto, nuestro trabajo busca ahondar en la ruta de establecer relaciones entre propiedades cualitativas de los puntos fijos a través del estudio particular de las RBs cuyos puntos fijos conforman las filas de un covering array de fuerza dada, e indagaremos que implicancias tiene esta propiedad en términos del diseño de la red.

*Parcialmente financiado por ANID, Beca Magister Nacional, e-mail: rastete2018@udec.cl

Trabajo realizado junto a:
Julio Aracena¹

References

- [1] ARACENA, J. , Maximum number of fixed points in regulatory Boolean networks. *Bulletin of mathematical biology*, 70, (2008). 1398-1409.
- [2] JULIO ARACENA, ADRIEN RICHARD Y LILIAN SALINAS. *Number of fixed points and disjoint cycles in monotone Boolean networks*. *SIAM journal on Discrete mathematics* 31.3 (2017). 1702-1725.
- [3] BORIS KRUPA. *On the number of experiments required to find the causal structure of complex systems*. *Journal of Theoretical Biology* 219.2 (2002). 257-267.
- [4] I. OSORIO. *VC-dimension in Boolean networks*. Master thesis. Departamento de Ingeniería Informática. Universidad de Concepción, 2023.
- [5] MÉLINE WERY, OLIVIER DAMERON, JACQUES NICOLAS, ELISABETH REMY Y ANNE SIEGEL. *Formalizing and enriching phenotype signatures using Boolean networks*. *Journal of Theoretical Biology* 467 (2019). 66-79.

¹Parcialmente financiado por Proyecto BASAL.-ANID PFB 210005 “Center for Mathematical Modeling”, Universidad de Chile, e-mail: jaracena@udec.cl
Departamento de Ingeniería Matemática
Universidad de Concepción