



# XCI Encuentro anual de la Sociedad de Matemática de Chile

18 al 21 de Diciembre de 2023.

Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile.

Santiago, Chile.

## Balanceo de Carga bajo una Función Cóncava

**Cristian Palma\***

Departamento de Ingeniería Matemática  
Universidad de Chile

### Abstract

En el área de algoritmos combinatoriales de optimización, los problemas de agendamiento buscan asignaciones de trabajos a máquinas. La carga de una máquina es la suma de los tiempos de proceso de sus trabajos asignados. En este estudio se busca analizar la complejidad y desarrollar algoritmos para un problema de balanceo de carga, el cual consiste en encontrar una asignación de trabajos a máquinas maximizando la suma de una función cóncava creciente evaluada en la carga.

El problema fue considerado por primera vez por Alon et al. [1], donde se obtiene un EPTAS (esquema de aproximación a tiempo polinomial eficiente) para la versión *offline*. Esto es esencialmente lo mejor posible dado que el problema es fuertemente NP-difícil [2]. Se prueba que en este contexto regla *Longest Processing Time* [3] alcanza  $2(\sqrt{2} - 1) \approx 0.828$  aproximación. Ese análisis no es ajustado, teniendo solo una cota superior de  $11/12 \approx 0.916$ . Para el caso de dos máquinas se hace un análisis ajustado obteniendo que esta regla es exactamente una  $11/12$ -aproximación.

La versión *online* de este problema corresponde a que los trabajos se van revelando uno a uno y deben ser asignados sin arrepentimientos. En orden adversarial, se prueba que el algoritmo glotón *List Scheduling* [3] es exactamente  $3/4$ -competitivo. Se prueba además que ningún algoritmo online que no evalúe la función cóncava puede superar esta garantía, concluyendo la optimalidad de List Scheduling en esta familia. Se exhibe además una cota superior constante sobre la competitividad de cualquier algoritmo de  $\phi/2 \approx 0.809$ , con  $\phi$  el número de oro. Finalmente, como respuesta parcial se propone un algoritmo que alcanza dicha cota para el caso de dos máquinas.

Trabajo realizado junto a:

**José A. Soto<sup>1</sup>**

\*Financiado por basal CMM FB210005 y Fondecyt 1231669, e-mail: [cpalma@dim.uchile.cl](mailto:cpalma@dim.uchile.cl)

<sup>1</sup>Financiado por basal CMM FB210005 y Fondecyt 1231669, e-mail: [jsoto@dim.uchile.cl](mailto:jsoto@dim.uchile.cl)

Departamento de Ingeniería Matemática  
Universidad de Chile

## References

- [1] Alon, N., Azar, Y., Woeginger, G.J., Yadid, T.: Approximation schemes for scheduling on parallel machines. *Journal of Scheduling* **1**(1), 55–66 (1998)
- [2] Garey, M.R., Johnson, D.S.: *Computers and intractability*, vol. 174. freeman San Francisco (1979)
- [3] Graham, R.L.: Bounds on multiprocessing timing anomalies. *SIAM journal on Applied Mathematics* **17**(2), 416–429 (1969)