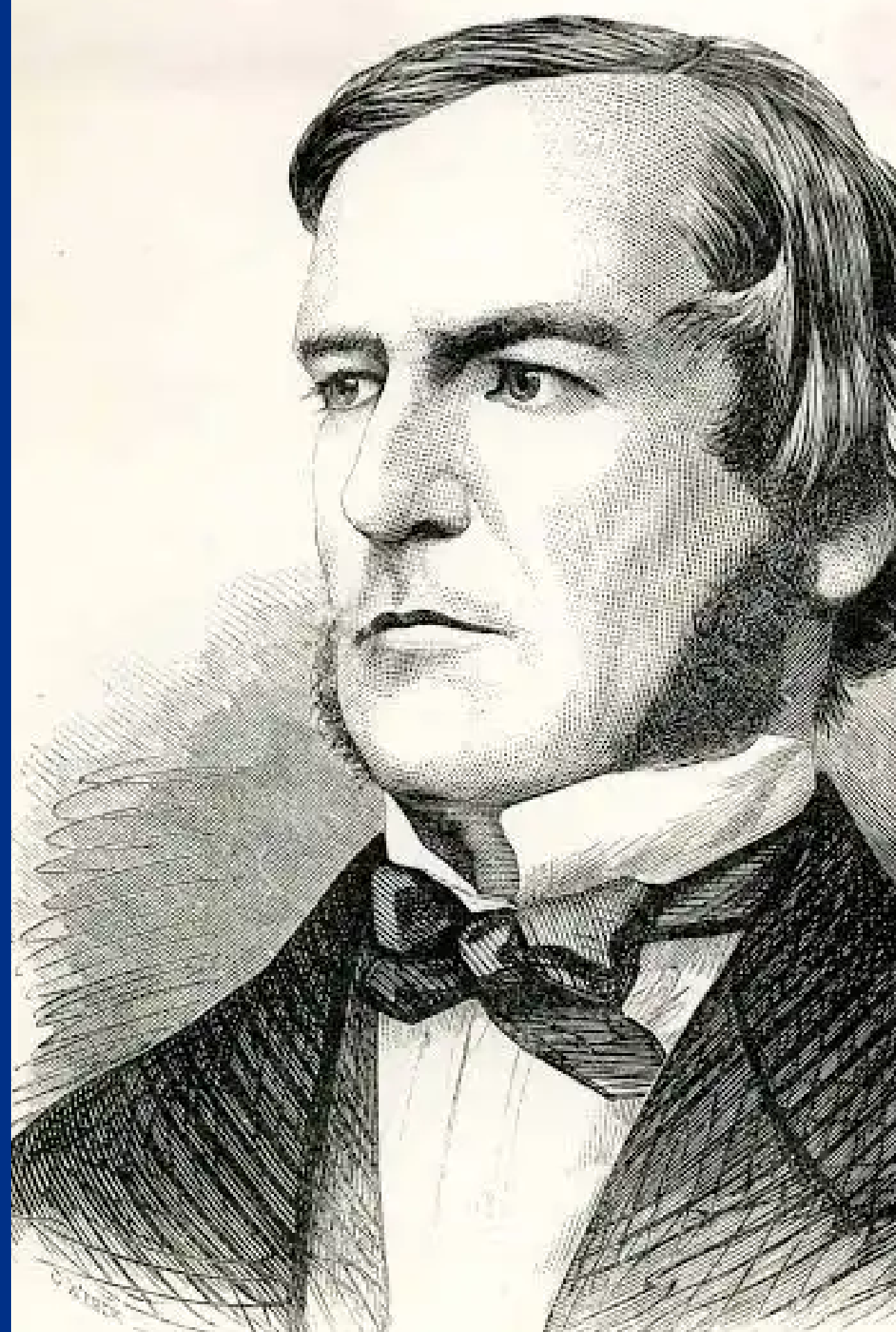


Lógica proposicional



UNIVERSIDAD
DE CHILE

Arturo Merino



Plan

Plan

- **Plan:**

Plan

- **Plan:**
 - Cosas administrativas

Plan

- **Plan:**
 - Cosas administrativas
 - Introducción

- **Plan:**
 - Cosas administrativas
 - Introducción
 - Propositiones

- **Plan:**
 - Cosas administrativas
 - Introducción
 - Propositiones
 - Operadores lógicos

- **Plan:**
 - Cosas administrativas
 - Introducción
 - Propositiones
 - Operadores lógicos
 - Sintaxis y semántica

- **Plan:**
 - Cosas administrativas
 - Introducción
 - Propositiones
 - Operadores lógicos
 - Sintaxis y semántica
 - Propiedades

Cosas administrativas

Administratrivia

- Secciones coordinadas

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
 - Una hoja de apuntes, en horario auxiliar (en principio)

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
 - Una hoja de apuntes, en horario auxiliar (en principio)
 - Reemplazado por examen en casos justificados

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
 - Una hoja de apuntes, en horario auxiliar (en principio)
 - Reemplazado por examen en casos justificados
- 3 ejercicios: S4 - S8 - S12

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
 - Una hoja de apuntes, en horario auxiliar (en principio)
 - Reemplazado por examen en casos justificados
- 3 ejercicios: S4 - S8 - S12
 - Sin apuntes, últimos 30 minutos de la cátedra del martes (en principio)

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
 - Una hoja de apuntes, en horario auxiliar (en principio)
 - Reemplazado por examen en casos justificados
- 3 ejercicios: S4 - S8 - S12
 - Sin apuntes, últimos 30 minutos de la cátedra del martes (en principio)
 - Reemplazado por el control en casos justificados

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
 - Una hoja de apuntes, en horario auxiliar (en principio)
 - Reemplazado por examen en casos justificados
- 3 ejercicios: S4 - S8 - S12
 - Sin apuntes, últimos 30 minutos de la cátedra del martes (en principio)
 - Reemplazado por el control en casos justificados
- 1 examen: fecha a definir.

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
 - Una hoja de apuntes, en horario auxiliar (en principio)
 - Reemplazado por examen en casos justificados
- 3 ejercicios: S4 - S8 - S12
 - Sin apuntes, últimos 30 minutos de la cátedra del martes (en principio)
 - Reemplazado por el control en casos justificados
- 1 examen: fecha a definir.
- Medio de comunicación: U-Cursos.

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
 - Una hoja de apuntes, en horario auxiliar (en principio)
 - Reemplazado por examen en casos justificados
- 3 ejercicios: S4 - S8 - S12
 - Sin apuntes, últimos 30 minutos de la cátedra del martes (en principio)
 - Reemplazado por el control en casos justificados
- 1 examen: fecha a definir.
- Medio de comunicación: U-Cursos.
- `amerino.cl/discretas`

Cálculo de notas

- **NE:** Promedio de los ejercicios

Cálculo de notas

- **NE:** Promedio de los ejercicios
- **NCon:** Promedio de los controles

Cálculo de notas

- **NE**: Promedio de los ejercicios
- **NCon**: Promedio de los controles
- Si **NCon** ≥ 5.5 , está exento del examen.

Cálculo de notas

- **NE**: Promedio de los ejercicios
- **NCon**: Promedio de los controles
- Si **NCon** ≥ 5.5 , está exento del examen.
- **NCat**: $40\% \cdot \text{Examen} + 60\% \cdot \text{NCon}$.

Cálculo de notas

- **NE**: Promedio de los ejercicios
- **NCon**: Promedio de los controles
- Si **NCon** ≥ 5.5 , está exento del examen.
- **NCat**: $40\% \cdot \text{Examen} + 60\% \cdot \text{NCon}$.
- Para aprobar: **NE** ≥ 4.0 y **NCat** ≥ 4.0 .

Cálculo de notas

- **NE**: Promedio de los ejercicios
- **NCon**: Promedio de los controles
- Si **NCon** ≥ 5.5 , está exento del examen.
- **NCat**: $40\% \cdot \text{Examen} + 60\% \cdot \text{NCon}$.
- Para aprobar: **NE** ≥ 4.0 y **NCat** ≥ 4.0 .

$$\text{NFinal} = 80\% \cdot \text{NCat} + 20\% \cdot \text{NE}.$$

Metodología

- Secciones coordinadas, metodologías distintas

Metodología

- Secciones coordinadas, metodologías distintas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.

Metodología

- Secciones coordinadas, metodologías distintas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:

Metodología

- Secciones coordinadas, metodologías distintas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:
 - 12:00 - Cátedra

Metodología

- Secciones coordinadas, metodologías distintas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:
 - 12:00 - Cátedra
 - 13:00 - Resolución de problemas y dudas

Metodología

- Secciones coordinadas, metodologías distintas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:
 - 12:00 - Cátedra
 - 13:00 - Resolución de problemas y dudas
 - 13:25 - Discusión

Metodología

- Secciones coordinadas, metodologías distintas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:
 - 12:00 - Cátedra
 - 13:00 - Resolución de problemas y dudas
 - 13:25 - Discusión
- Handout - 3 problemas

Metodología

- Secciones coordinadas, metodologías distintas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:
 - 12:00 - Cátedra
 - 13:00 - Resolución de problemas y dudas
 - 13:25 - Discusión
- Handout - 3 problemas
 - P1 - Tipo

Metodología

- Secciones coordinadas, metodologías distintas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:
 - 12:00 - Cátedra
 - 13:00 - Resolución de problemas y dudas
 - 13:25 - Discusión
- Handout - 3 problemas
 - P1 - Tipo
 - P2 - Asimilación o exploración

Metodología

- Secciones coordinadas, metodologías distintas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:
 - 12:00 - Cátedra
 - 13:00 - Resolución de problemas y dudas
 - 13:25 - Discusión
- Handout - 3 problemas
 - P1 - Tipo
 - P2 - Asimilación o exploración
 - P3 - Más complejo

Introducción

Temas del curso

- Fundamentos matemáticos para cs. de la computación

Temas del curso

- Fundamentos matemáticos para cs. de la computación
- Lógica

Temas del curso

- Fundamentos matemáticos para cs. de la computación
- Lógica
- Técnicas de demostración

Temas del curso

- Fundamentos matemáticos para cs. de la computación
- Lógica
- Técnicas de demostración
- Relaciones

Temas del curso

- Fundamentos matemáticos para cs. de la computación
- Lógica
- Técnicas de demostración
- Relaciones
- Combinatoria

Temas del curso

- Fundamentos matemáticos para cs. de la computación
- Lógica
- Técnicas de demostración
- Relaciones
- Combinatoria
- Recurrencias y funciones generatrices

Temas del curso

- Fundamentos matemáticos para cs. de la computación
- Lógica
- Técnicas de demostración
- Relaciones
- Combinatoria
- Recurrencias y funciones generatrices
- Teoría de grafos

Estudiar Discretas

- Base fundamental

Estudiar Discretas

- Base fundamental
- Formalización.

Estudiar Discretas

- Base fundamental
- Formalización.
- Lenguaje común.

Estudiar Discretas

- Base fundamental
- Formalización.
- Lenguaje común.
- Razonamiento más allá de ejemplos

Estudiar Discretas

- Base fundamental
- Formalización.
- Lenguaje común.
- Razonamiento más allá de ejemplos
- Abstracción y modelamiento

Estudiar Discretas

- Base fundamental
- Formalización.
- Lenguaje común.
- Razonamiento más allá de ejemplos
- Abstracción y modelamiento
- Pensamiento algorítmico

Estudiar Discretas

- Base fundamental
- Formalización.
- Lenguaje común.
- Razonamiento más allá de ejemplos
- Abstracción y modelamiento
- Pensamiento algorítmico
- Entender los límites

Estudiar Discretas

- Base fundamental
- Formalización.
- Lenguaje común.
- Razonamiento más allá de ejemplos
- Abstracción y modelamiento
- Pensamiento algorítmico
- Entender los límites
- Elegante y entretenido

Lógica proposicional

Lógica

- ¿Qué estudia la lógica?

Lógica

- ¿Qué estudia la lógica?
 - Razonamiento válido

Lógica

- ¿Qué estudia la lógica?
 - Razonamiento válido
- 1. Una intensa ola de frío está afectando a gran parte de USA

Lógica

- ¿Qué estudia la lógica?
 - Razonamiento válido

1. Una intensa ola de frío está afectando a gran parte de USA

1. Todo déficit comercial es una pérdida monetaria.

Lógica

- ¿Qué estudia la lógica?
 - Razonamiento válido

1. Una intensa ola de frío
está afectando a gran parte
de USA

1. Todo déficit comercial es
una pérdida monetaria.
2. USA tiene un déficit
comercial.

Lógica

- ¿Qué estudia la lógica?
 - Razonamiento válido

1. Una intensa ola de frío está afectando a gran parte de USA

2. Por tanto, el calentamiento global no está ocurriendo

1. Todo déficit comercial es una pérdida monetaria.

2. USA tiene un déficit comercial.

Lógica

- ¿Qué estudia la lógica?

- Razonamiento válido

1. Una intensa ola de frío está afectando a gran parte de USA

2. Por tanto, el calentamiento global no está ocurriendo

1. Todo déficit comercial es una pérdida monetaria.

2. USA tiene un déficit comercial.

3. Por lo tanto, USA está sufriendo una pérdida monetaria

Lógica

- ¿Qué estudia la lógica?

- Razonamiento válido

1. Una intensa ola de frío está afectando a gran parte de USA

2. Por tanto, el calentamiento global no está ocurriendo

- Sintaxis, semántica e inferencia

1. Todo déficit comercial es una pérdida monetaria.

2. USA tiene un déficit comercial.

3. Por lo tanto, USA está sufriendo una pérdida monetaria

Lógica

- ¿Qué estudia la lógica?

- Razonamiento válido

1. Una intensa ola de frío está afectando a gran parte de USA

2. Por tanto, el calentamiento global no está ocurriendo

- Sintaxis, semántica e inferencia

- Varios tipos

1. Todo déficit comercial es una pérdida monetaria.

2. USA tiene un déficit comercial.

3. Por lo tanto, USA está sufriendo una pérdida monetaria

Lógica

- ¿Qué estudia la lógica?

- Razonamiento válido

1. Una intensa ola de frío está afectando a gran parte de USA

2. Por tanto, el calentamiento global no está ocurriendo

1. Todo déficit comercial es una pérdida monetaria.

2. USA tiene un déficit comercial.

3. Por lo tanto, USA está sufriendo una pérdida monetaria

- Sintaxis, semántica e inferencia

- Varios tipos

- Proposicional, de predicados, de orden n , difusa, modal, etc.

Lógica proposicional

- ¿Qué es una proposición?

Lógica proposicional

- ¿Qué es una proposición?

Def.

Una *proposición* es un enunciado declarativo que es, sin ambigüedad, verdadero o falso, pero no ambos a la vez.

Lógica proposicional

- ¿Qué es una proposición?

Def.

Una *proposición* es un enunciado declarativo que es, sin ambigüedad, verdadero o falso, pero no ambos a la vez.

- Ej:

Lógica proposicional

- ¿Qué es una proposición?

Def.

Una *proposición* es un enunciado declarativo que es, sin ambigüedad, verdadero o falso, pero no ambos a la vez.

- Ej:
 - Santiago es la capital de Chile.

Lógica proposicional

- ¿Qué es una proposición?

Def.

Una *proposición* es un enunciado declarativo que es, sin ambigüedad, verdadero o falso, pero no ambos a la vez.

- Ej:
 - Santiago es la capital de Chile.
 - ¿Cuál es la capital de Chile?

Lógica proposicional

- ¿Qué es una proposición?

Def.

Una *proposición* es un enunciado declarativo que es, sin ambigüedad, verdadero o falso, pero no ambos a la vez.

- Ej:
 - Santiago es la capital de Chile.
 - ¿Cuál es la capital de Chile?
 - $2 + 2 = 5$.

Lógica proposicional

- ¿Qué es una proposición?

Def.

Una *proposición* es un enunciado declarativo que es, sin ambigüedad, verdadero o falso, pero no ambos a la vez.

- Ej:
 - Santiago es la capital de Chile.
 - ¿Cuál es la capital de Chile?
 - $2 + 2 = 5$.
 - Silencio, por favor.

Lógica proposicional

- ¿Qué es una proposición?

Def.

Una *proposición* es un enunciado declarativo que es, sin ambigüedad, verdadero o falso, pero no ambos a la vez.

- Ej:
 - Santiago es la capital de Chile.
 - ¿Cuál es la capital de Chile?
 - $2 + 2 = 5$.
 - Silencio, por favor.
 - Hoy llueve en Concepción.

Lógica proposicional

- ¿Qué es una proposición?

Def.

Una *proposición* es un enunciado declarativo que es, sin ambigüedad, verdadero o falso, pero no ambos a la vez.

- Ej:
 - Santiago es la capital de Chile.
 - ¿Cuál es la capital de Chile?
 - $2 + 2 = 5$.
 - Silencio, por favor.
 - Hoy llueve en Concepción.
 - $x + 2 = 4$.

Lógica proposicional

- ¿Qué es una proposición?

Def.

Una *proposición* es un enunciado declarativo que es, sin ambigüedad, verdadero o falso, pero no ambos a la vez.

- Ej:
 - Santiago es la capital de Chile.
 - ¿Cuál es la capital de Chile?
 - $2 + 2 = 5$.
 - Silencio, por favor.
 - Hoy llueve en Concepción.
 - $x + 2 = 4$.
 - Esta oración es falsa.

Operadores lógicos

- Podemos **combinar** proposiciones

Operadores lógicos

- Podemos **combinar** proposiciones
 - Usando $\wedge$, $\vee$, $\neg$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$.

Operadores lógicos

- Podemos **combinar** proposiciones
 - Usando $\wedge$, $\vee$, $\neg$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$.
- Ej:

Operadores lógicos

- Podemos **combinar** proposiciones
 - Usando $\wedge$, $\vee$, $\neg$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$.
- Ej:
 - Santiago es la capital de Chile.

Operadores lógicos

- Podemos **combinar** proposiciones
 - Usando $\wedge$, $\vee$, $\neg$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$.
- Ej:
 - Santiago es la capital de Chile.
 - $2 + 2 = 5$.

Operadores lógicos

- Podemos **combinar** proposiciones
 - Usando $\wedge$, $\vee$, $\neg$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$.
- Ej:
 - Santiago es la capital de Chile.
 - $2 + 2 = 5$.
 - Hoy llueve en Concepción.

Sintaxis y semántica

Sintaxis proposicional

- **Sintaxis:** fórmulas “bien formadas” a partir de proposiciones más básicas. (que compila)

Sintaxis proposicional

- **Sintaxis:** fórmulas “bien formadas” a partir de proposiciones más básicas. (que compila)
- Definición *recursiva*

Sintaxis proposicional

- **Sintaxis:** fórmulas “bien formadas” a partir de proposiciones más básicas. (que compila)
- Definición *recursiva*

Def.

Las *fórmulas bien formadas* (FBF) se definen como sigue:

Sintaxis proposicional

- **Sintaxis:** fórmulas “bien formadas” a partir de proposiciones más básicas. (que compila)
- Definición *recursiva*

Def.

Las *fórmulas bien formadas* (FBF) se definen como sigue:

- Si p es una variable proposicional, entonces p es una FBF.

Sintaxis proposicional

- **Sintaxis:** fórmulas “bien formadas” a partir de proposiciones más básicas. (que compila)
- Definición *recursiva*

Def.

Las *fórmulas bien formadas* (FBF) se definen como sigue:

- Si p es una variable proposicional, entonces p es una FBF.
- Si α y β son FBF, entonces $(\neg\alpha)$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$ y $(\alpha \rightarrow \beta)$ son FBF.

Sintaxis proposicional

- **Sintaxis:** fórmulas “bien formadas” a partir de proposiciones más básicas. (que compila)
- Definición *recursiva*

Def.

Las *fórmulas bien formadas* (FBF) se definen como sigue:

- Si p es una variable proposicional, entonces p es una FBF.
- Si α y β son FBF, entonces $(\neg\alpha)$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$ y $(\alpha \rightarrow \beta)$ son FBF.

- **Ej:** p, q, r son variables proposicionales.

Sintaxis proposicional

- **Sintaxis:** fórmulas “bien formadas” a partir de proposiciones más básicas. (que compila)
- Definición *recursiva*

Def.

Las *fórmulas bien formadas* (FBF) se definen como sigue:

- Si p es una variable proposicional, entonces p es una FBF.
 - Si α y β son FBF, entonces $(\neg\alpha)$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$ y $(\alpha \rightarrow \beta)$ son FBF.
- **Ej:** p, q, r son variables proposicionales.
 - $((p \vee q) \rightarrow q) \wedge (\neg(q \vee r))$

Sintaxis proposicional

- **Sintaxis:** fórmulas “bien formadas” a partir de proposiciones más básicas. (que compila)
- Definición *recursiva*

Def.

Las *fórmulas bien formadas* (FBF) se definen como sigue:

- Si p es una variable proposicional, entonces p es una FBF.
- Si α y β son FBF, entonces $(\neg\alpha)$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$ y $(\alpha \rightarrow \beta)$ son FBF.

- **Ej:** p, q, r son variables proposicionales.
 - $((((p \vee q) \rightarrow q) \wedge (\neg(q \vee r))))$
 - $((((p \vee \vee q) \wedge \vee \neg q q r$

Sintaxis proposicional

- **Sintaxis:** fórmulas “bien formadas” a partir de proposiciones más básicas. (que compila)
- Definición *recursiva*

Def.

Las *fórmulas bien formadas* (FBF) se definen como sigue:

- Si p es una variable proposicional, entonces p es una FBF.
- Si α y β son FBF, entonces $(\neg\alpha)$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$ y $(\alpha \rightarrow \beta)$ son FBF.

- **Ej:** p, q, r son variables proposicionales.
 - $((((p \vee q) \rightarrow q) \wedge (\neg(q \vee r))))$
 - $((((p \vee \vee q) \wedge \vee \neg q q r$
 - $(p \rightarrow (q \wedge r))$

Sintaxis proposicional

- **Sintaxis:** fórmulas “bien formadas” a partir de proposiciones más básicas. (que compila)
- Definición *recursiva*

Def.

Las *fórmulas bien formadas* (FBF) se definen como sigue:

- Si p es una variable proposicional, entonces p es una FBF.
- Si α y β son FBF, entonces $(\neg\alpha)$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$ y $(\alpha \rightarrow \beta)$ son FBF.

- **Ej:** p, q, r son variables proposicionales.

- $((((p \vee q) \rightarrow q) \wedge (\neg(q \vee r))))$
- $((((p \vee \vee q) \wedge \vee \neg q q r$
- $(p \rightarrow (q \wedge r))$
- $(p \vee q) \rightarrow r$

Simplificación

- **Simplificación:**

Simplificación

- **Simplificación:**

- precedencia: $\neg > \wedge > \vee > \rightarrow$.

Simplificación

- **Simplificación:**

- precedencia: $\neg > \wedge > \vee > \rightarrow$.

- **Ej:**

Simplificación

- **Simplificación:**

- precedencia: $\neg > \wedge > \vee > \rightarrow$.

- **Ej:**

- $((p \vee q) \wedge r)$

Simplificación

- **Simplificación:**

- precedencia: $\neg > \wedge > \vee > \rightarrow$.

- **Ej:**

- $((p \vee q) \wedge r)$

- $((p \rightarrow q) \vee (r \rightarrow s))$

Simplificación

- **Simplificación:**

- precedencia: $\neg > \wedge > \vee > \rightarrow$.

- **Ej:**

- $((p \vee q) \wedge r)$

- $((p \rightarrow q) \vee (r \rightarrow s))$

- $((p \wedge q) \rightarrow r)$

Simplificación

- **Simplificación:**

- precedencia: $\neg > \wedge > \vee > \rightarrow$.

- **Ej:**

- $((p \vee q) \wedge r)$
 - $((p \rightarrow q) \vee (r \rightarrow s))$
 - $((p \wedge q) \rightarrow r)$
 - $((p \vee q) \rightarrow (r \vee s))$

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.
- Significado de proposiciones básicas $\rightarrow$ valuación.

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.
- Significado de proposiciones básicas $\rightarrow$ valuación.

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales.

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.
- Significado de proposiciones básicas $\rightarrow$ valuación.

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales.

Una *valuación* de $\{p_1, \dots, p_n\}$ es una función $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ que asocia un valor de verdad a cada variable proposicional.

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.
- Significado de proposiciones básicas $\rightarrow$ valuación.

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales.

Una *valuación* de $\{p_1, \dots, p_n\}$ es una función $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ que asocia un valor de verdad a cada variable proposicional.

- Ej:

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.
- Significado de proposiciones básicas $\rightarrow$ valuación.

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales.

Una *valuación* de $\{p_1, \dots, p_n\}$ es una función $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ que asocia un valor de verdad a cada variable proposicional.

- Ej:
 - $v_1(p) = 1, \quad v_1(q) = 1, \quad v_1(r) = 0.$

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.
- Significado de proposiciones básicas $\rightarrow$ valuación.

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales.

Una *valuación* de $\{p_1, \dots, p_n\}$ es una función $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ que asocia un valor de verdad a cada variable proposicional.

- Ej:
 - $v_1(p) = 1, \quad v_1(q) = 1, \quad v_1(r) = 0.$
 - $v_2(p) = 1, \quad v_2(q) = 0, \quad v_2(r) = 1.$

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.
- Definición *recursiva*

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.
- Definición *recursiva*

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.
- Definición *recursiva*

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La *valuación (respecto a v)* $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.
- Definición *recursiva*

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La *valuación (respecto a v)* $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

$$\circ \hat{v}(p) = v(p) \text{ para } p \in \{p_1, \dots, p_n\},$$

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.
- Definición *recursiva*

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La *valuación (respecto a v)* $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

- $\hat{v}(p) = v(p)$ para $p \in \{p_1, \dots, p_n\}$,
- $\hat{v}(\neg\alpha) = 1 - \hat{v}(\alpha)$,

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.
- Definición *recursiva*

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La *valuación (respecto a v)* $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

- $\hat{v}(p) = v(p)$ para $p \in \{p_1, \dots, p_n\}$,
- $\hat{v}(\neg\alpha) = 1 - \hat{v}(\alpha)$,
- $\hat{v}(\alpha \wedge \beta) = \min\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.
- Definición *recursiva*

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La *valuación (respecto a v)* $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

- $\hat{v}(p) = v(p)$ para $p \in \{p_1, \dots, p_n\}$,
- $\hat{v}(\neg\alpha) = 1 - \hat{v}(\alpha)$,
- $\hat{v}(\alpha \wedge \beta) = \min\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.
- $\hat{v}(\alpha \vee \beta) = \max\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.

Semántica proposicional

- **Semántica:** significado de las FBF a partir del significado de proposiciones más básicas.
- Definición *recursiva*

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La **valuación (respecto a v)** $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

- $\hat{v}(p) = v(p)$ para $p \in \{p_1, \dots, p_n\}$,
- $\hat{v}(\neg\alpha) = 1 - \hat{v}(\alpha)$,
- $\hat{v}(\alpha \wedge \beta) = \min\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.
- $\hat{v}(\alpha \vee \beta) = \max\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.
- $\hat{v}(\alpha \rightarrow \beta) = \max\{1 - \hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.

Semántica proposicional

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

Semántica proposicional

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La *valuación (respecto a v)* $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

Semántica proposicional

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La *valuación (respecto a v)* $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

- $\hat{v}(p) = v(p)$ para $p \in \{p_1, \dots, p_n\}$,

Semántica proposicional

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La *valuación (respecto a v)* $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

- $\hat{v}(p) = v(p)$ para $p \in \{p_1, \dots, p_n\}$,
- $\hat{v}(\neg\alpha) = 1 - \hat{v}(\alpha)$,

Semántica proposicional

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La *valuación (respecto a v)* $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

- $\hat{v}(p) = v(p)$ para $p \in \{p_1, \dots, p_n\}$,
- $\hat{v}(\neg\alpha) = 1 - \hat{v}(\alpha)$,
- $\hat{v}(\alpha \wedge \beta) = \min\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.

Semántica proposicional

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La *valuación (respecto a v)* $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

- $\hat{v}(p) = v(p)$ para $p \in \{p_1, \dots, p_n\}$,
- $\hat{v}(\neg\alpha) = 1 - \hat{v}(\alpha)$,
- $\hat{v}(\alpha \wedge \beta) = \min\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.
- $\hat{v}(\alpha \vee \beta) = \max\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.

Semántica proposicional

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La *valuación (respecto a v)* $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

- $\hat{v}(p) = v(p)$ para $p \in \{p_1, \dots, p_n\}$,
- $\hat{v}(\neg\alpha) = 1 - \hat{v}(\alpha)$,
- $\hat{v}(\alpha \wedge \beta) = \min\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.
- $\hat{v}(\alpha \vee \beta) = \max\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.
- $\hat{v}(\alpha \rightarrow \beta) = \max\{1 - \hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.

Semántica proposicional

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La *valuación (respecto a v)* $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

- $\hat{v}(p) = v(p)$ para $p \in \{p_1, \dots, p_n\}$,
- $\hat{v}(\neg\alpha) = 1 - \hat{v}(\alpha)$,
- $\hat{v}(\alpha \wedge \beta) = \min\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.
- $\hat{v}(\alpha \vee \beta) = \max\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.
- $\hat{v}(\alpha \rightarrow \beta) = \max\{1 - \hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.

• Ej:

Semántica proposicional

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La *valuación (respecto a v)* $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

- $\hat{v}(p) = v(p)$ para $p \in \{p_1, \dots, p_n\}$,
- $\hat{v}(\neg\alpha) = 1 - \hat{v}(\alpha)$,
- $\hat{v}(\alpha \wedge \beta) = \min\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.
- $\hat{v}(\alpha \vee \beta) = \max\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.
- $\hat{v}(\alpha \rightarrow \beta) = \max\{1 - \hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.

• Ej:

- $\hat{v}_1((p \wedge q) \rightarrow r)$ bajo $v_1(p) = 1, \quad v_1(q) = 1, \quad v_1(r) = 0$.

Semántica proposicional

Def.

Sean $p_1, \dots, p_n$ variables proposicionales y $v: \{p_1, \dots, p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ una valuación. Sea $\mathcal{F}$ el conjunto de FBF sobre $\{p_1, \dots, p_n\}$.

La *valuación (respecto a v)* $\hat{v}: \mathcal{F} \rightarrow \{0, 1\}$ asigna un valor de verdad a cada fórmula $\alpha \in \mathcal{F}$.

- $\hat{v}(p) = v(p)$ para $p \in \{p_1, \dots, p_n\}$,
- $\hat{v}(\neg\alpha) = 1 - \hat{v}(\alpha)$,
- $\hat{v}(\alpha \wedge \beta) = \min\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.
- $\hat{v}(\alpha \vee \beta) = \max\{\hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.
- $\hat{v}(\alpha \rightarrow \beta) = \max\{1 - \hat{v}(\alpha), \hat{v}(\beta)\}$.

• Ej:

- $\hat{v}_1((p \wedge q) \rightarrow r)$ bajo $v_1(p) = 1, \quad v_1(q) = 1, \quad v_1(r) = 0$.
- $\hat{v}_2((p \wedge q) \rightarrow r)$ bajo $v_2(p) = 1, \quad v_2(q) = 0, \quad v_2(r) = 1$.

¿Tablas de verdad?

- La semántica anterior es la misma que la dada por las tablas de verdad

α	$\neg\alpha$
0	1
1	0

α	β	$\alpha \vee \beta$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

α	β	$\alpha \wedge \beta$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

α	β	$\alpha \rightarrow \beta$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

¿Tablas de verdad?

- La semántica anterior es la misma que la dada por las tablas de verdad

α	$\neg\alpha$	α	β	$\alpha \vee \beta$	α	β	$\alpha \wedge \beta$	α	β	$\alpha \rightarrow \beta$
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1
		1	0	1	1	0	0	1	0	0
		1	1	1	1	1	1	1	1	1

- Podemos calcular tablas de verdad de otras FBF

¿Tablas de verdad?

- La semántica anterior es la misma que la dada por las tablas de verdad

α	$\neg \alpha$
0	1
1	0

α	β	$\alpha \vee \beta$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

α	β	$\alpha \wedge \beta$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

α	β	$\alpha \rightarrow \beta$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

- Podemos calcular tablas de verdad de otras FBF
- Ej:

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow r$
-----	-----	-----	--------------	------------------------------

¿Tablas de verdad?

- La semántica anterior es la misma que la dada por las tablas de verdad

α	$\neg\alpha$	α	β	$\alpha \vee \beta$	α	β	$\alpha \wedge \beta$	α	β	$\alpha \rightarrow \beta$
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1
		1	0	1	1	0	0	1	0	0
		1	1	1	1	1	1	1	1	1

- Podemos calcular tablas de verdad de otras FBF

- Ej:**

◦ $\hat{v}((p \wedge q) \rightarrow r)$

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow r$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Tautología y contradicción

- Ej:

Tautología y contradicción

- Ej:

- $p \vee \neg p$

Tautología y contradicción

- Ej:

- $p \vee \neg p$

- $p \wedge \neg p$

Tautología y contradicción

- Ej:

- $p \vee \neg p$

- $p \wedge \neg p$

- ¿En términos de valuaciones?

Tautología y contradicción

- Ej:

- $p \vee \neg p$

- $p \wedge \neg p$

- ¿En términos de valuaciones?

Def.

Sea α una FBF.

Tautología y contradicción

- Ej:

- $p \vee \neg p$

- $p \wedge \neg p$

- ¿En términos de valuaciones?

Def.

Sea α una FBF.

Diremos que α es una *tautología* si para toda valuación v de las variables de α , tenemos que $\hat{v}(\alpha) = 1$.

Tautología y contradicción

- Ej:

- $p \vee \neg p$

- $p \wedge \neg p$

- ¿En términos de valuaciones?

Def.

Sea α una FBF.

Diremos que α es una *tautología* si para toda valuación v de las variables de α , tenemos que $\hat{v}(\alpha) = 1$.

Diremos que α es una *contradicción* si para toda valuación v de las variables de α , tenemos que $\hat{v}(\alpha) = 0$.

Inferencia

- ¿Argumento válido?

Inferencia

- ¿Argumento válido?
 1. La luna es un planeta o 2 es impar.

Inferencia

- ¿Argumento válido?

1. La luna es un planeta o 2 es impar.

1. Si Santiago está en Chile, entonces está en Sudamérica.

Inferencia

- ¿Argumento válido?

1. La luna es un planeta o 2 es impar.

2. La luna no es un planeta.

1. Si Santiago está en Chile, entonces está en Sudamérica.

Inferencia

- ¿Argumento válido?

1. La luna es un planeta o 2 es impar.

2. La luna no es un planeta.

1. Si Santiago está en Chile, entonces está en Sudamérica.

2. Santiago está en Sudamérica.

Inferencia

- ¿Argumento válido?

1. La luna es un planeta o 2 es impar.

2. La luna no es un planeta.

3. Por lo tanto, 2 es impar.

1. Si Santiago está en Chile, entonces está en Sudamérica.

2. Santiago está en Sudamérica.

Inferencia

- ¿Argumento válido?

1. La luna es un planeta o 2 es impar.

2. La luna no es un planeta.

3. Por lo tanto, 2 es impar.

1. Si Santiago está en Chile, entonces está en Sudamérica.

2. Santiago está en Sudamérica.

3. Por lo tanto, Santiago está en Chile.

Inferencia

- ¿Argumento válido?

1. La luna es un planeta o 2 es impar.

2. La luna no es un planeta.

3. Por lo tanto, 2 es impar.

1. Si Santiago está en Chile, entonces está en Sudamérica.

2. Santiago está en Sudamérica.

3. Por lo tanto, Santiago está en Chile.

- Válido: si la conclusión se sigue de las premisas.

Inferencia

- ¿Argumento válido?

1. La luna es un planeta o 2 es impar.

2. La luna no es un planeta.

3. Por lo tanto, 2 es impar.

1. Si Santiago está en Chile, entonces está en Sudamérica.

2. Santiago está en Sudamérica.

3. Por lo tanto, Santiago está en Chile.

- Válido: si la conclusión se sigue de las premisas.

Def.

Sean $P_1, \dots, P_n$ las premisas de un argumento y C su conclusión.

Inferencia

- ¿Argumento válido?

1. La luna es un planeta o 2 es impar.

2. La luna no es un planeta.

3. Por lo tanto, 2 es impar.

1. Si Santiago está en Chile, entonces está en Sudamérica.

2. Santiago está en Sudamérica.

3. Por lo tanto, Santiago está en Chile.

- Válido: si la conclusión se sigue de las premisas.

Def.

Sean $P_1, \dots, P_n$ las premisas de un argumento y C su conclusión.

Un argumento es *válido* si toda valuación v que hace verdaderas todas las premisas también hace verdadera la conclusión.

Inferencia

- ¿Argumento válido?

1. La luna es un planeta o 2 es impar.

2. La luna no es un planeta.

3. Por lo tanto, 2 es impar.

1. Si Santiago está en Chile, entonces está en Sudamérica.

2. Santiago está en Sudamérica.

3. Por lo tanto, Santiago está en Chile.

- Válido: si la conclusión se sigue de las premisas.

Def.

Sean $P_1, \dots, P_n$ las premisas de un argumento y C su conclusión.

Un argumento es *válido* si toda valuación v que hace verdaderas todas las premisas también hace verdadera la conclusión.

- **Alt:** $(P_1 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow C$ es una tautología.

Dudas/Preguntas

Problema del día

2. Considere un sistema de despliegue de software con las siguientes proposiciones:

- S : el despliegue satisface las condiciones de seguridad;
- R : la infraestructura requerida está disponible;
- E : un administrador emite una autorización de emergencia;
- Q : se alcanza el quórum de aprobaciones automáticas;
- D : el despliegue se ejecuta.

Las reglas del sistema son:

R1. Las condiciones de seguridad e infraestructura se cumplen si y solo si existe autorización de emergencia o se alcanza el quórum.

R2. Si se alcanza el quórum, el despliegue se ejecuta.

R3. Si existe autorización de emergencia, el despliegue se ejecuta.

- (a) Escriba las tres reglas como fórmulas proposicionales.
- (b) ¿Son consistentes las reglas con un despliegue ejecutado que no satisface las condiciones de seguridad? Justifique.
- (c) Demuestre que las reglas implican

$$S \wedge R \rightarrow D.$$

Wrap-Up

- **Hoy:**

Wrap-Up

- **Hoy:**
 - Cosas administrativas

Wrap-Up

- **Hoy:**
 - Cosas administrativas
 - Introducción

Wrap-Up

- **Hoy:**
 - Cosas administrativas
 - Introducción
 - Propositiones

Wrap-Up

- **Hoy:**
 - Cosas administrativas
 - Introducción
 - Proposiciones
 - Operadores lógicos

Wrap-Up

- **Hoy:**
 - Cosas administrativas
 - Introducción
 - Propositiones
 - Operadores lógicos
 - Sintaxis y semántica

Wrap-Up

- **Hoy:**

- Cosas administrativas
- Introducción
- Propositiones
- Operadores lógicos
- Sintaxis y semántica
- Propiedades

Wrap-Up

- **Hoy:**

- Cosas administrativas
- Introducción
- Proposiciones
- Operadores lógicos
- Sintaxis y semántica
- Propiedades

- **Próx. clase:**

Wrap-Up

- **Hoy:**

- Cosas administrativas
- Introducción
- Propositiones
- Operadores lógicos
- Sintaxis y semántica
- Propiedades

- **Próx. clase:**

- Deducción natural