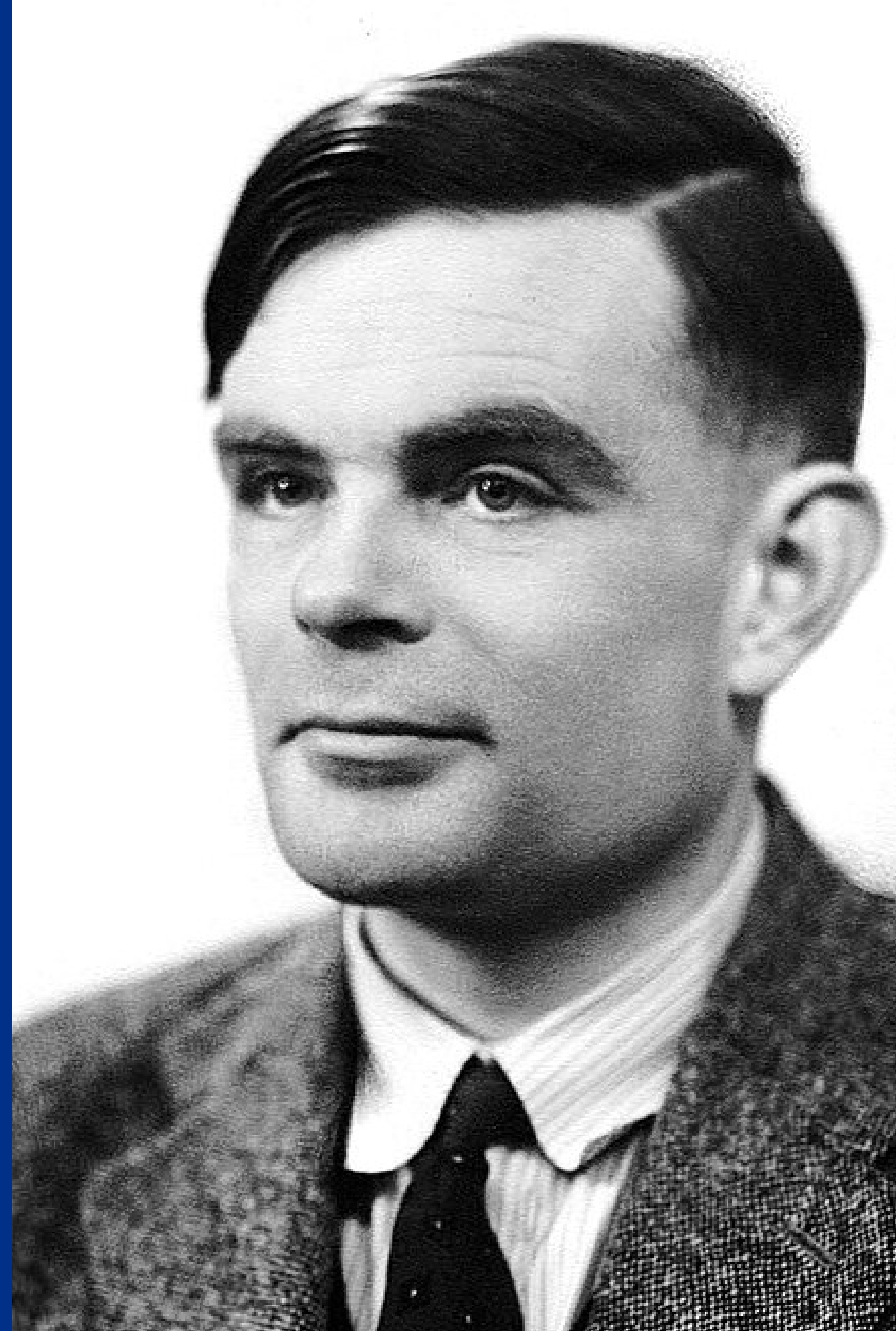
Introducción a la Teoría de la Computación

UNIVERSIDAD DE CHILE

Arturo Merino



Plan

Plan

- **Plan:**

Plan

- **Plan:**
  - Cosas administrativas

Plan

- **Plan:**
  - Cosas administrativas
  - Introducción

Plan

- **Plan:**
  - Cosas administrativas
  - Introducción
  - Lenguajes formales

Cosas administrativas

Administratrivia

- Secciones coordinadas

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
  - En horario auxiliar (en principio)

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
  - En horario auxiliar (en principio)
  - Reemplazado por examen en casos justificados

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
  - En horario auxiliar (en principio)
  - Reemplazado por examen en casos justificados
- 3 tareas:

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
  - En horario auxiliar (en principio)
  - Reemplazado por examen en casos justificados
- 3 tareas:
  - 1 pregunta + presentación

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
  - En horario auxiliar (en principio)
  - Reemplazado por examen en casos justificados
- 3 tareas:
  - 1 pregunta + presentación
  - Reemplazado por el control en casos justificados

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
  - En horario auxiliar (en principio)
  - Reemplazado por examen en casos justificados
- 3 tareas:
  - 1 pregunta + presentación
  - Reemplazado por el control en casos justificados
- 1 examen: fecha a definir.

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
  - En horario auxiliar (en principio)
  - Reemplazado por examen en casos justificados
- 3 tareas:
  - 1 pregunta + presentación
  - Reemplazado por el control en casos justificados
- 1 examen: fecha a definir.
- Medio de comunicación: U-Cursos.

Administratrivia

- Secciones coordinadas
- 3 controles: S6 - S10 - S14
  - En horario auxiliar (en principio)
  - Reemplazado por examen en casos justificados
- 3 tareas:
  - 1 pregunta + presentación
  - Reemplazado por el control en casos justificados
- 1 examen: fecha a definir.
- Medio de comunicación: U-Cursos.
- `amerino.cl/teoria`

Cálculo de notas

- **NT**: Promedio de las tareas

Cálculo de notas

- **NT**: Promedio de las tareas

- **NCon**: Promedio de los controles

Cálculo de notas

- **NT**: Promedio de las tareas
- **NCon**: Promedio de los controles
- Si **NCon** ≥ 5.5, está exento del examen.

Cálculo de notas

- **NT**: Promedio de las tareas
- **NCon**: Promedio de los controles
- Si **NCon** ≥ 5.5, está exento del examen.
- **NCat**: $40\% \cdot$ **Examen** $+ 60\% \cdot$ **NCon**.

Cálculo de notas

- **NT**: Promedio de las tareas
- **NCon**: Promedio de los controles
- Si **NCon** ≥ 5.5, está exento del examen.
- **NCat**: $40\% \cdot$ **Examen** $+ 60\% \cdot$ **NCon**.
- **Para aprobar:** Ambos **NE** ≥ 4.0 y **NCat** ≥ 4.0.

Cálculo de notas

- **NT**: Promedio de las tareas
- **NCon**: Promedio de los controles
- Si **NCon** ≥ 5.5, está exento del examen.
- **NCat**: $40\% \cdot$ **Examen** $+ 60\% \cdot$ **NCon**.
- **Para aprobar:** Ambos **NE** ≥ 4.0 y **NCat** ≥ 4.0.

$$\textbf{NFinal} = 80\% \cdot \textbf{NCat} + 20\% \cdot \textbf{NE}.$$

Metodología

- Secciones coordinadas

Metodología

- Secciones coordinadas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.

Metodología

- Secciones coordinadas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:

Metodología

- Secciones coordinadas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:
  - 12:00 - Catedra

Metodología

- Secciones coordinadas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:
  - 12:00 - Catedra
  - 13:00 - Resolución de problemas y dudas

Metodología

- Secciones coordinadas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:
  - 12:00 - Catedra
  - 13:00 - Resolución de problemas y dudas
  - 13:25 - Discusión

Metodología

- Secciones coordinadas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:
  - 12:00 - Catedra
  - 13:00 - Resolución de problemas y dudas
  - 13:25 - Discusión
- Handout - 3 problemas

Metodología

- Secciones coordinadas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:
  - 12:00 - Catedra
  - 13:00 - Resolución de problemas y dudas
  - 13:25 - Discusión
- Handout - 3 problemas
  - P1 - Tipo

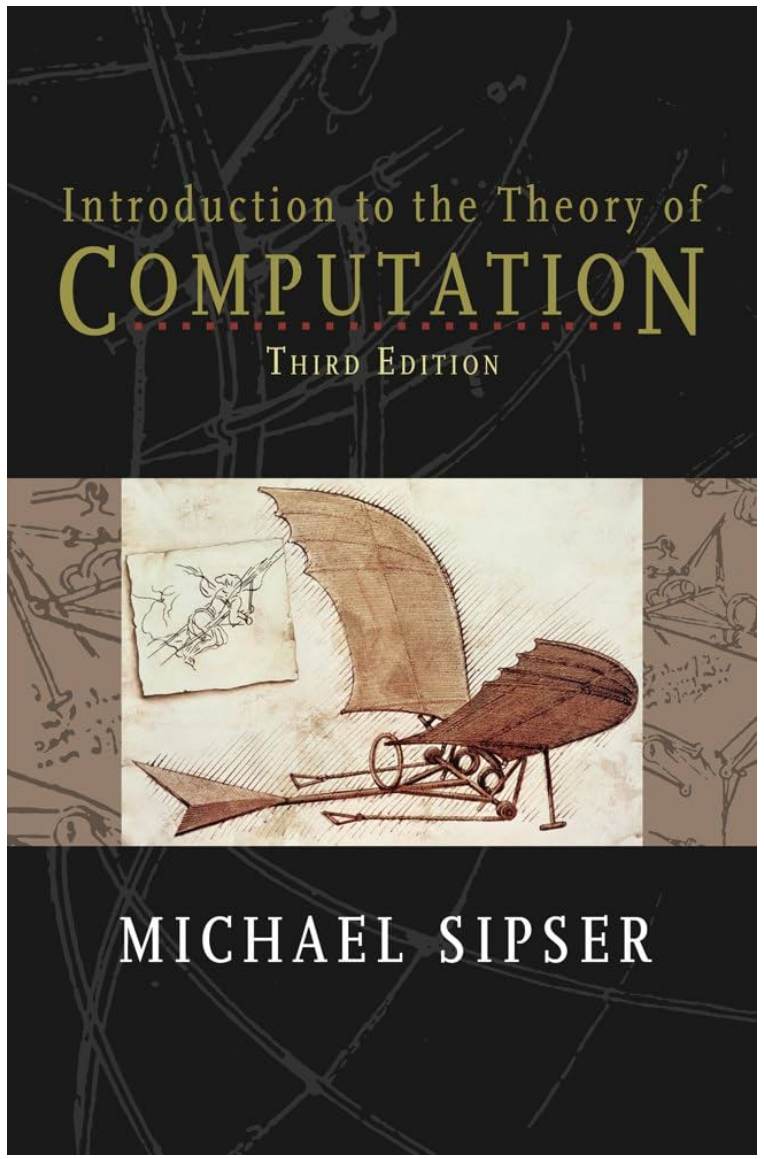
Metodología

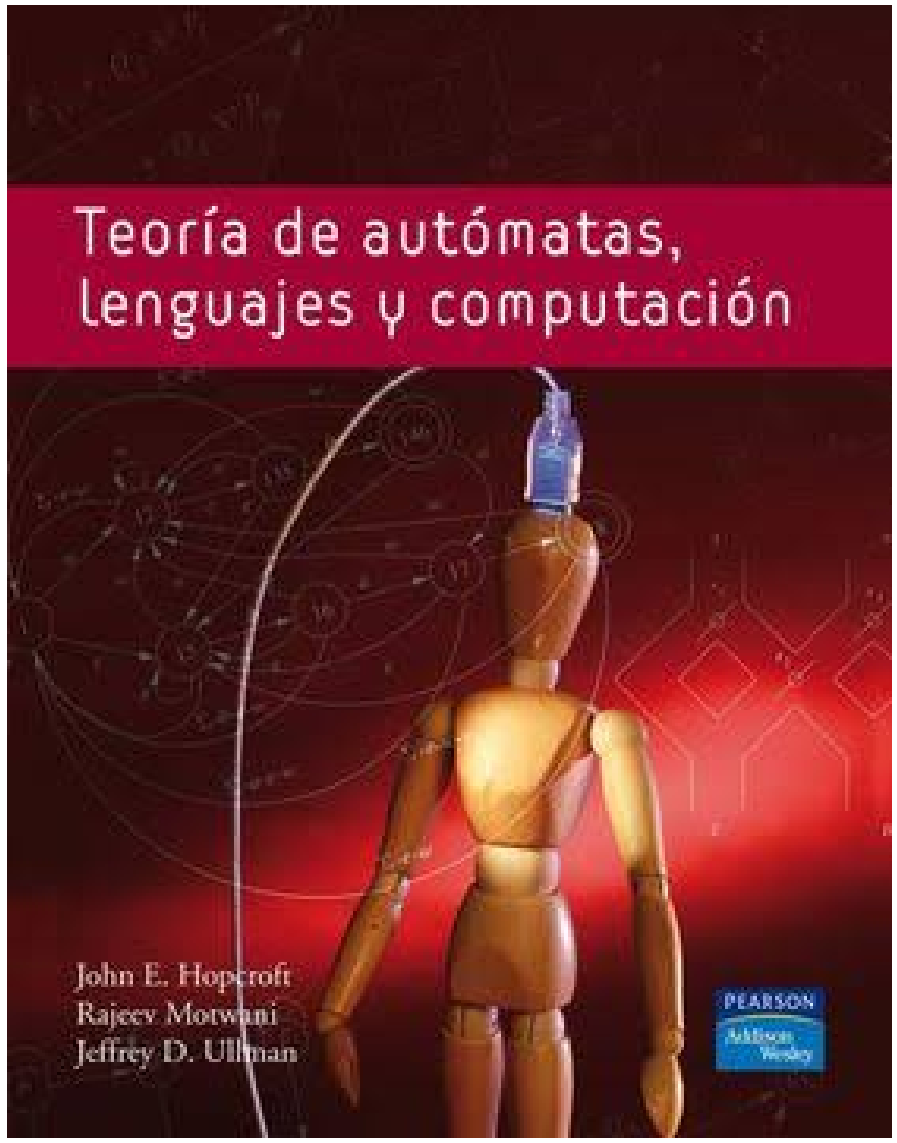
- Secciones coordinadas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:
  - 12:00 - Catedra
  - 13:00 - Resolución de problemas y dudas
  - 13:25 - Discusión
- Handout - 3 problemas
  - P1 - Tipo
  - P2 - Asimilación o exploración

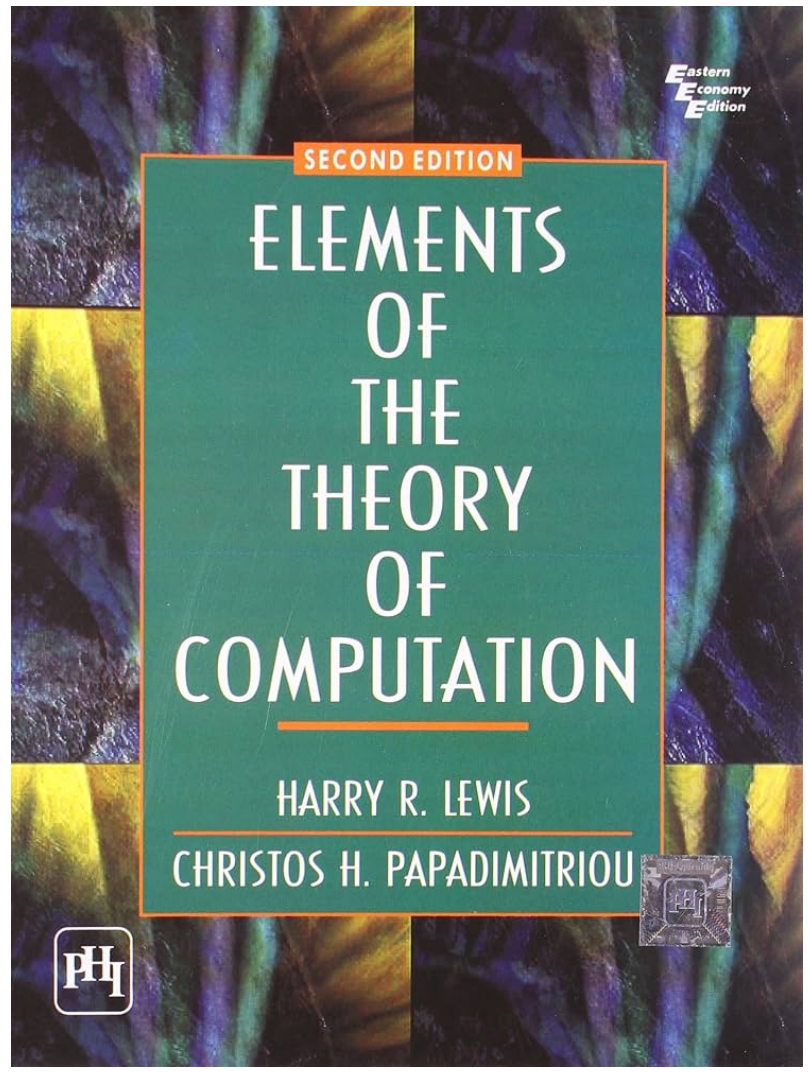
Metodología

- Secciones coordinadas
- Cada clase: lecturas, slides, handouts.
- Estructura:
  - 12:00 - Catedra
  - 13:00 - Resolución de problemas y dudas
  - 13:25 - Discusión
- Handout - 3 problemas
  - P1 - Tipo
  - P2 - Asimilación o exploración
  - P3 - Mayor dificultad

Lecturas







+ Apunte G. Navarro

Introducción

Estudio teoría

- ¿Qué es la teoría de la computación?

Estudio teoría

- ¿Qué es la teoría de la computación?
- Busca entender las capacidades y limitaciones de la **computación.**

Estudio teoría

- ¿Qué es la teoría de la computación?
- Busca entender las capacidades y limitaciones de la **computación.**
- ¿Qué significa computar? ¿Qué es un algoritmo?
  ¿Qué es un computador?

Estudio teoría

- ¿Qué es la teoría de la computación?

- Busca entender las capacidades y limitaciones de la **computación.**

- ¿Qué significa computar? ¿Qué es un algoritmo?
  ¿Qué es un computador?

- ¿Qué cosas puedo computar eficientemente?
  ¿Qué cosas no puedo computar eficientemente?

Estudio teoría

- ¿Qué es la teoría de la computación?

- Busca entender las capacidades y limitaciones de la **computación.**

- ¿Qué significa computar? ¿Qué es un algoritmo?
  ¿Qué es un computador?

- ¿Qué cosas puedo computar eficientemente?
  ¿Qué cosas no puedo computar eficientemente?

- ¿Por qué no puedo computar algunos problemas eficientemente?

Estudio teoría

- ¿Qué es la teoría de la computación?
- Busca entender las capacidades y limitaciones de la **computación.**
- ¿Qué significa computar? ¿Qué es un algoritmo?
  ¿Qué es un computador?
- ¿Qué cosas puedo computar eficientemente?
  ¿Qué cosas no puedo computar eficientemente?
- ¿Por qué no puedo computar algunos problemas eficientemente?
- ¿Puedo computar todas las cosas?

Estudio teoría

- ¿Qué es la teoría de la computación?
- Busca entender las capacidades y limitaciones de la **computación.**
- ¿Qué significa computar? ¿Qué es un algoritmo?
  ¿Qué es un computador?
- ¿Qué cosas puedo computar eficientemente?
  ¿Qué cosas no puedo computar eficientemente?
- ¿Por qué no puedo computar algunos problemas eficientemente?
- ¿Puedo computar todas las cosas?
- ¿Qué rol juegan partes del computador?

El modelo de computación

- Queremos un modelo que no dependa del computador, ni lenguaje

El modelo de computación

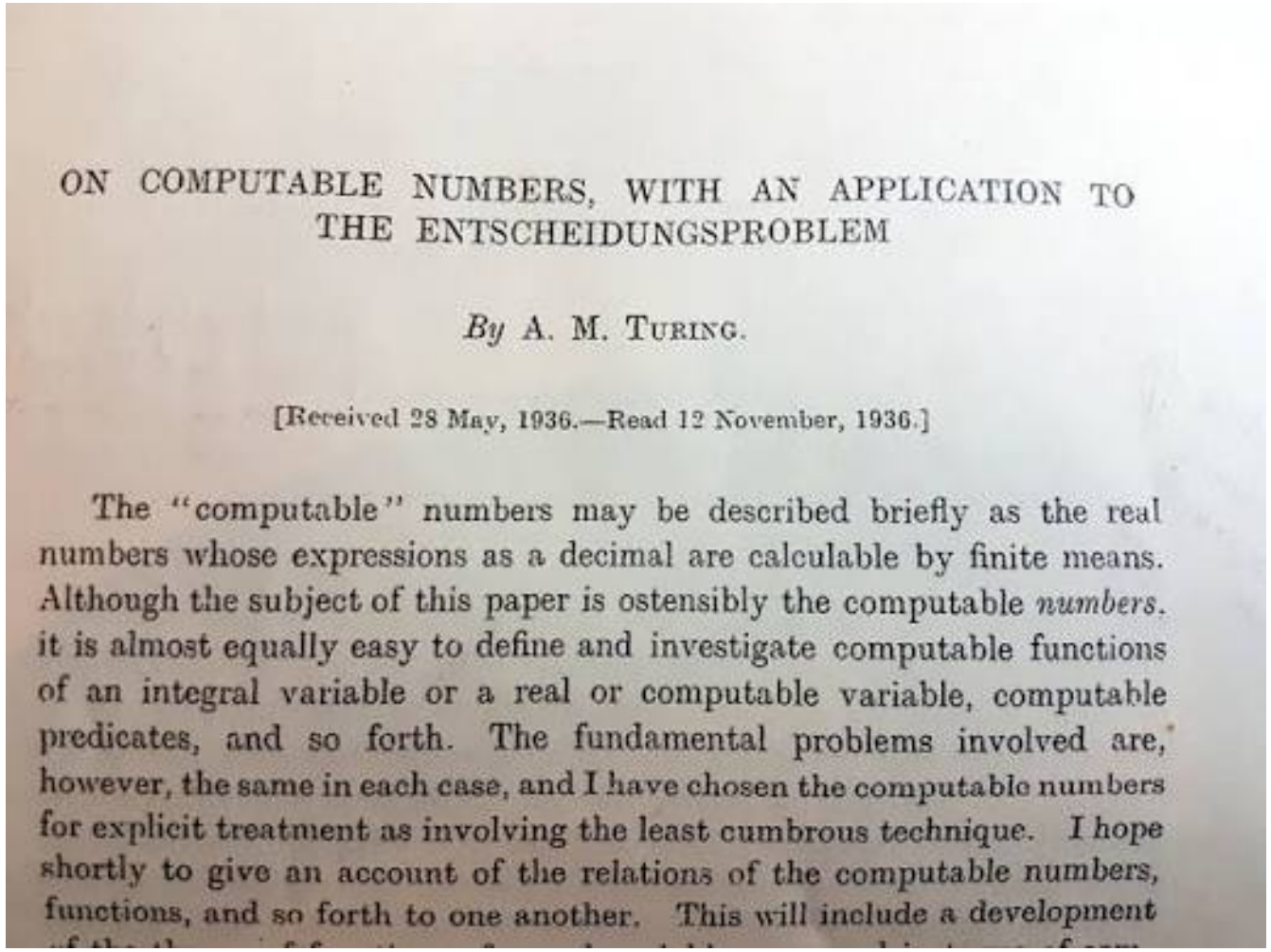
- Queremos un modelo que no dependa del computador, ni lenguaje
- Modelo robusto ante cambios

El modelo de computación

- Queremos un modelo que no dependa del computador, ni lenguaje
- Modelo robusto ante cambios
- Que represente de manera fidedigna los componentes del computador

El modelo de computación

- Queremos un modelo que no dependa del computador, ni lenguaje
- Modelo robusto ante cambios
- Que represente de manera fidedigna los componentes del computador
- Concepto de *software*, data de lógicos de 1930.



ON COMPUTABLE NUMBERS, WITH AN APPLICATION TO THE ENTSCHEIDUNGSPROBLEM

By A. M. TURING.

[Received 28 May, 1936.—Read 12 November, 1936.]

The "computable" numbers may be described briefly as the real numbers whose expressions as a decimal are calculable by finite means. Although the subject of this paper is ostensibly the computable *numbers*. it is almost equally easy to define and investigate computable functions of an integral variable or a real or computable variable, computable predicates, and so forth. The fundamental problems involved are, however, the same in each case, and I have chosen the computable numbers for explicit treatment as involving the least cumbrous technique. I hope shortly to give an account of the relations of the computable numbers, functions, and so forth to one another. This will include a development

Complejidad computacional

- ¿Qué cosas se pueden hacer rápido en nuestro modelo?

Complejidad computacional

- ¿Qué cosas se pueden hacer rápido en nuestro modelo?
- Ordenar, encontrar un árbol generador

Complejidad computacional

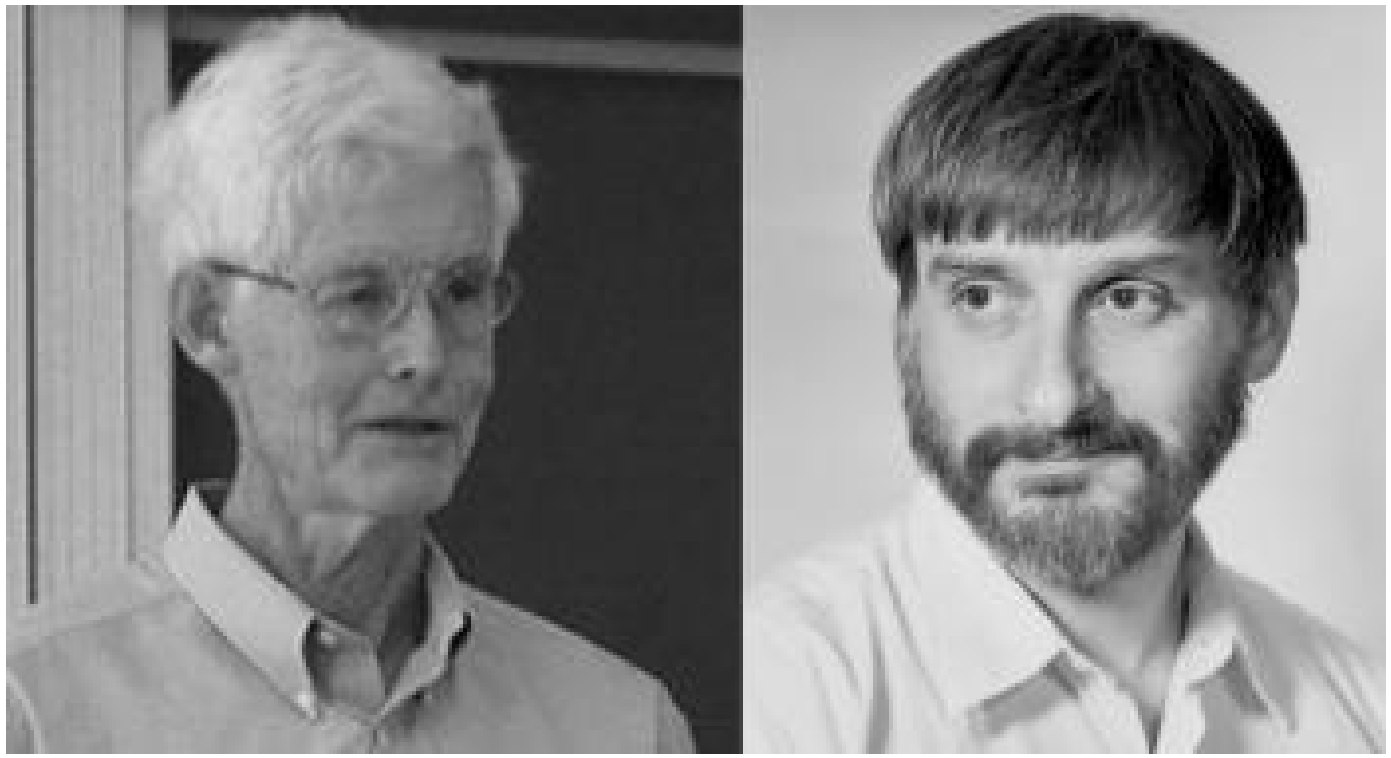
- ¿Qué cosas se pueden hacer rápido en nuestro modelo?
- Ordenar, encontrar un árbol generador
- Modelo word-RAM $\rightarrow$ ¿Algo más robusto?

Complejidad computacional

- ¿Qué cosas se pueden hacer rápido en nuestro modelo?
- Ordenar, encontrar un árbol generador
- Modelo word-RAM $\rightarrow$ ¿Algo más robusto?
- Euleriano v/s Hamiltoniano

Complejidad computacional

- ¿Qué cosas se pueden hacer rápido en nuestro modelo?
- Ordenar, encontrar un árbol generador
- Modelo word-RAM $\rightarrow$ ¿Algo más robusto?
- Euleriano v/s Hamiltoniano
- NP-Completitud, P v/s NP

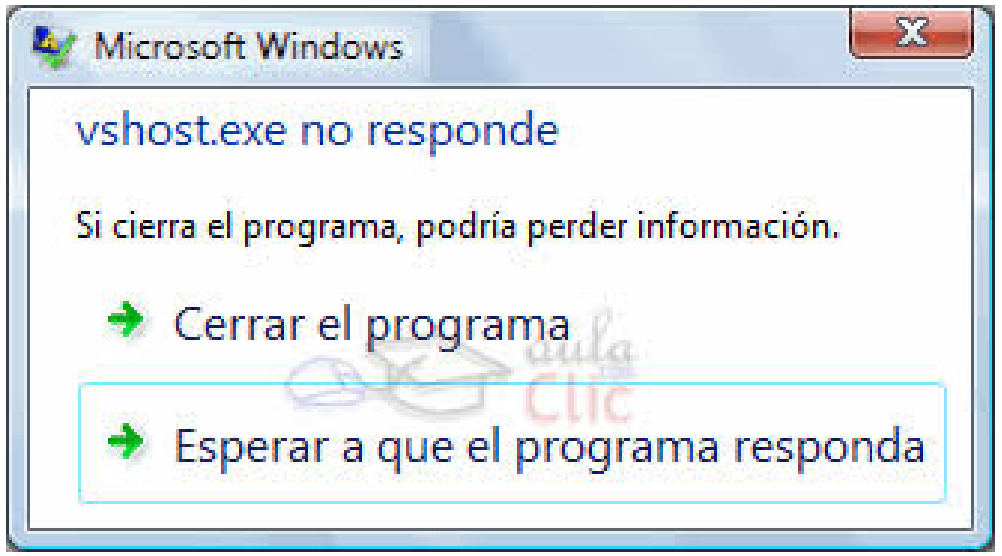


Computabilidad

- ¿Hay algo que no se puede hacer en nuestro modelo?

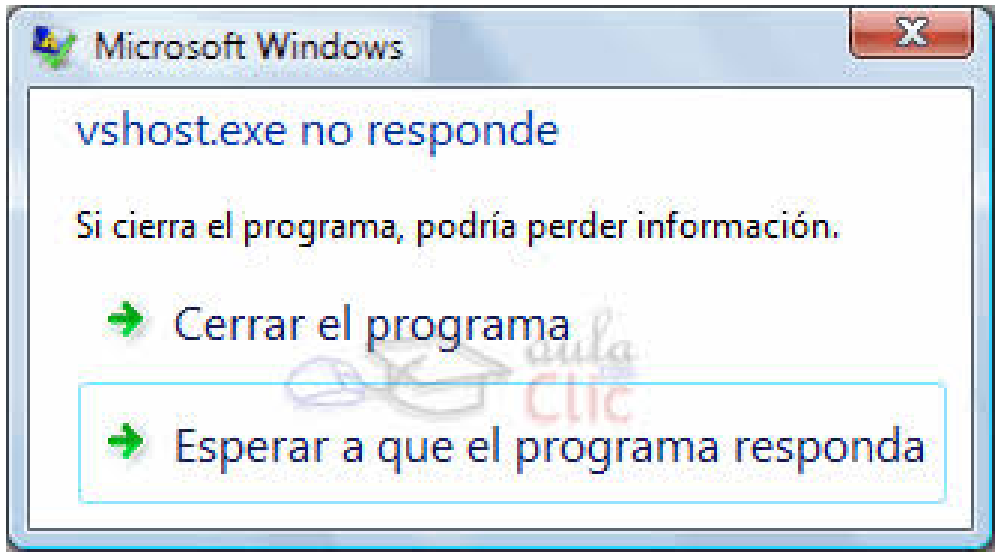
Computabilidad

- ¿Hay algo que no se puede hacer en nuestro modelo?
- ¿Hay algo **útil** que no se puede hacer en nuestro modelo?

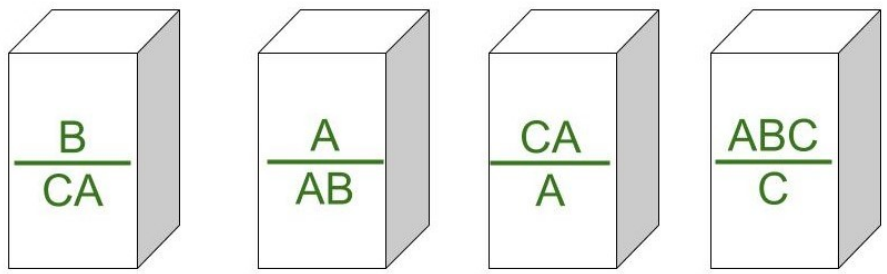


Computabilidad

- ¿Hay algo que no se puede hacer en nuestro modelo?
- ¿Hay algo **útil** que no se puede hacer en nuestro modelo?

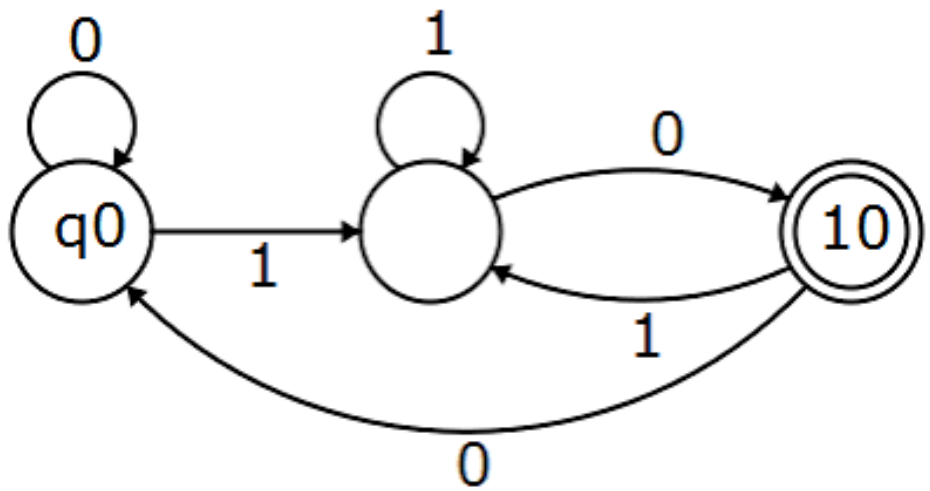


- ¿Hay algo **simple** que no se puede hacer en nuestro modelo?



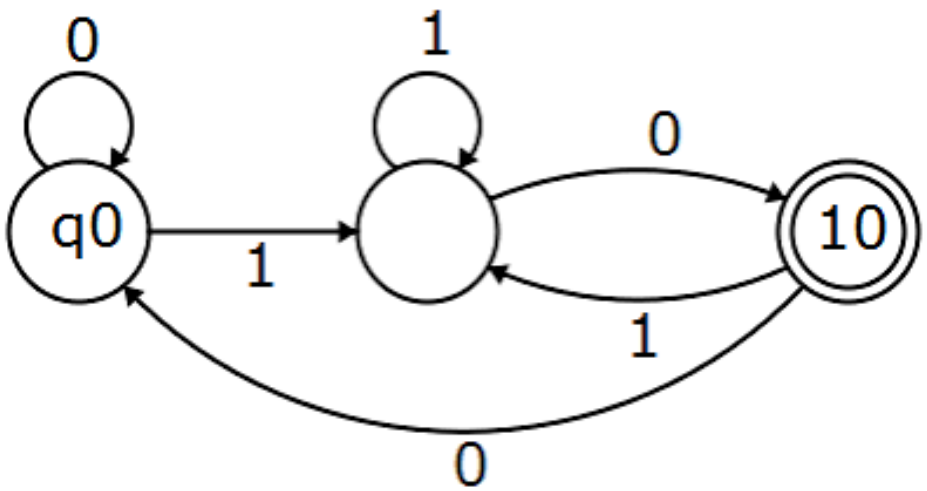
Teoría de automatas

- ¿Qué rol juega la RAM?

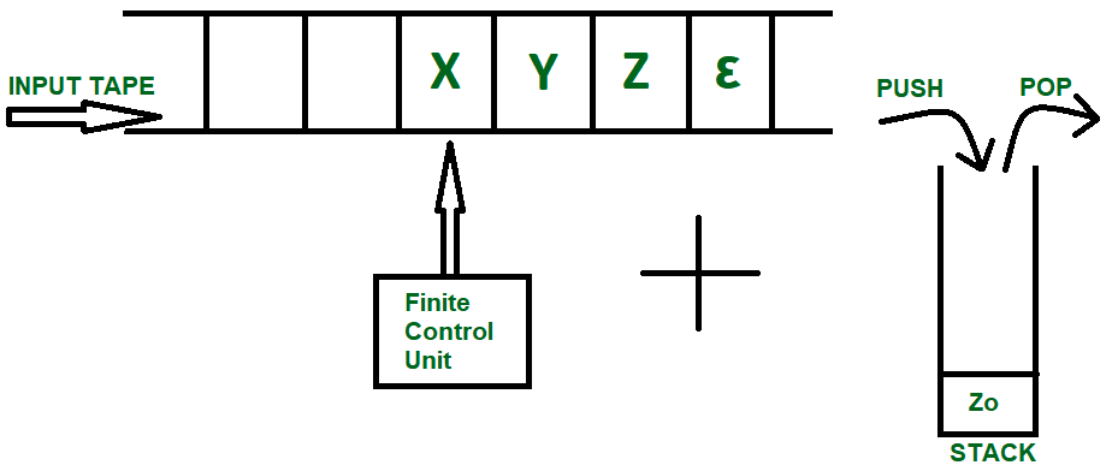


Teoría de automatas

- ¿Qué rol juega la RAM?

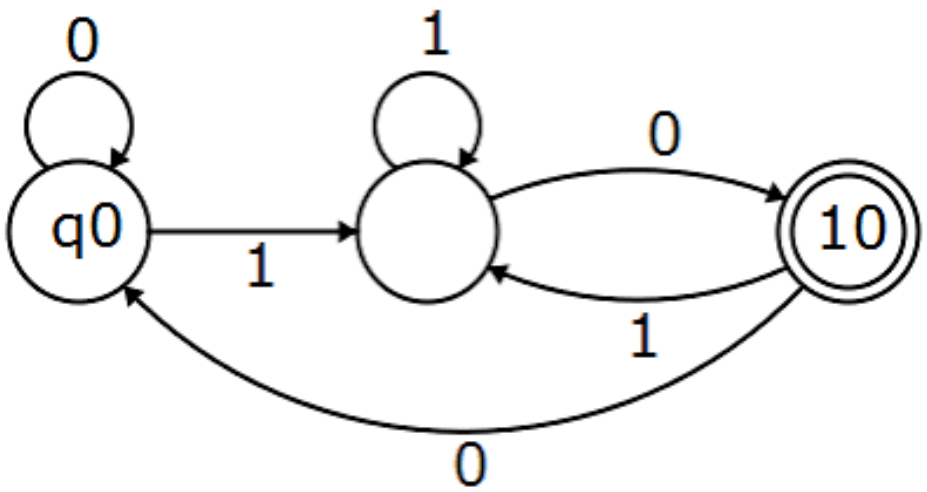


- ¿Que rol juega una pila?

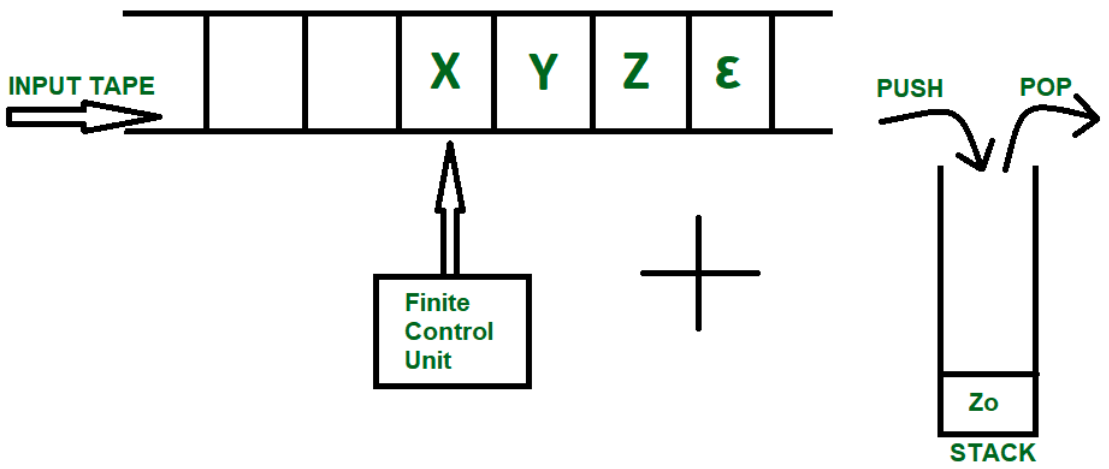


Teoría de automatas

- ¿Qué rol juega la RAM?



- ¿Que rol juega una pila?



- Camino hacía la máquina de Turing, con aplicaciones interesantes

Temas del Curso

- Automatas regulares (computadores sin RAM)

Temas del Curso

- Automatas regulares (computadores sin RAM)

- Automatas de pila (computadores con acceso a pila)

Temas del Curso

- Automatas regulares (computadores sin RAM)
- Automatas de pila (computadores con acceso a pila)
- Máquinas de Turing (computadores)

Temas del Curso

- Automatas regulares (computadores sin RAM)
- Automatas de pila (computadores con acceso a pila)
- Máquinas de Turing (computadores)
- (In)computabilidad.

Temas del Curso

- Automatas regulares (computadores sin RAM)
- Automatas de pila (computadores con acceso a pila)
- Máquinas de Turing (computadores)
- (In)computabilidad.
- Complejidad

Nuestras herramientas

- Análisis formal matemático

Nuestras herramientas

- Análisis formal matemático
- Técnicas de matemáticas discretas

Nuestras herramientas

- Análisis formal matemático
- Técnicas de matemáticas discretas
- Inspiración algoritmíca.

¿Por qué estudiar teoría?

- Razonar sobre la computación requiere un modelo

¿Por qué estudiar teoría?

- Razonar sobre la computación requiere un modelo
- Ideas prácticas: automatas, gramáticas, reducciones, etc...

¿Por qué estudiar teoría?

- Razonar sobre la computación requiere un modelo
- Ideas prácticas: automatas, gramáticas, reducciones, etc...
- Entender los límites de la computación

¿Por qué estudiar teoría?

- Razonar sobre la computación requiere un modelo
- Ideas prácticas: automatas, gramáticas, reducciones, etc...
- Entender los límites de la computación
- Dual a algoritmos

¿Por qué estudiar teoría?

- Razonar sobre la computación requiere un modelo
- Ideas prácticas: automatas, gramáticas, reducciones, etc...
- Entender los límites de la computación
- Dual a algoritmos
- Alimenta a las áreas de la computación con modelos, limites, herramientas de análisis, etc...

¿Por qué estudiar teoría?

- Razonar sobre la computación requiere un modelo
- Ideas prácticas: automatas, gramáticas, reducciones, etc...
- Entender los límites de la computación
- Dual a algoritmos
- Alimenta a las áreas de la computación con modelos, limites, herramientas de análisis, etc...
- Bonito

Lenguajes formales

Problemas de decisión

- Dos objetivos: modelo de computación + clasificar problemas.

Problemas de decisión

- Dos objetivos: modelo de computación + clasificar problemas.
- Se puede, se puede de forma eficiente, etc...

Problemas de decisión

- Dos objetivos: modelo de computación + clasificar problemas.
- Se puede, se puede de forma eficiente, etc...
- ¿Cómo representamos un problema?

Problemas de decisión

- Dos objetivos: modelo de computación + clasificar problemas.
- Se puede, se puede de forma eficiente, etc...
- ¿Cómo representamos un problema?
- Problemas de decisión: $\texttt{string} \to \texttt{bool}$

Problemas de decisión

- Dos objetivos: modelo de computación + clasificar problemas.
- Se puede, se puede de forma eficiente, etc...
- ¿Cómo representamos un problema?
- Problemas de decisión: $\texttt{string} \to \texttt{bool}$
  - ¿Ordenar una lista?

Problemas de decisión

- Dos objetivos: modelo de computación + clasificar problemas.
- Se puede, se puede de forma eficiente, etc...
- ¿Cómo representamos un problema?
- Problemas de decisión: `string` $\to$ `bool`
  - ¿Ordenar una lista?
  - ¿Camino más corto?

Problemas de decisión

- Dos objetivos: modelo de computación + clasificar problemas.
- Se puede, se puede de forma eficiente, etc...
- ¿Cómo representamos un problema?
- Problemas de decisión: `string` $\to$ `bool`
  - ¿Ordenar una lista?
  - ¿Camino más corto?
- Multiples descripciones

Problemas de decisión

- Dos objetivos: modelo de computación + clasificar problemas.
- Se puede, se puede de forma eficiente, etc...
- ¿Cómo representamos un problema?
- Problemas de decisión: `string` $\to$ `bool`
  - ¿Ordenar una lista?
  - ¿Camino más corto?
- Multiples descripciones

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Problemas de decisión

- Dos objetivos: modelo de computación + clasificar problemas.
- Se puede, se puede de forma eficiente, etc...
- ¿Cómo representamos un problema?
- Problemas de decisión: `string` $\to$ `bool`
  - ¿Ordenar una lista?
  - ¿Camino más corto?
- Multiples descripciones

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n es par?

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n^2 es par?

Problemas de decisión

- Multiples descripciones

Problemas de decisión

- Multiples descripciones

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Problemas de decisión

- Multiples descripciones

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n es par?

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n^2 es par?

Problemas de decisión

- Multiples descripciones

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n es par?

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n^2 es par?

- Un problema es representado por sus instancias positivas

Problemas de decisión

- Multiples descripciones

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n es par?

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n^2 es par?

- Un problema es representado por sus instancias positivas
  - ¿El problema anterior?

Problemas de decisión

- Multiples descripciones

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n es par?

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n^2 es par?

- Un problema es representado por sus instancias positivas
  - ¿El problema anterior?

- **Ej:**

Problemas de decisión

- Multiples descripciones

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n es par?

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n^2 es par?

- Un problema es representado por sus instancias positivas
  - ¿El problema anterior?
- **Ej:**

Input: $a, b, c \in \mathbb{Z}$

Input: Un grafo G.

Problemas de decisión

- Multiples descripciones

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n es par?

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n^2 es par?

- Un problema es representado por sus instancias positivas
  - ¿El problema anterior?
- **Ej:**

Input: $a, b, c \in \mathbb{Z}$

Decidir: ¿$a + b = c$?

Input: Un grafo G.

Decidir: ¿G es conexo?

Problemas de decisión

- Multiples descripciones

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n es par?

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n^2 es par?

- Un problema es representado por sus instancias positivas
  - ¿El problema anterior?
- **Ej:**

Input: $a, b, c \in \mathbb{Z}$

Decidir: ¿$a + b = c$?

Input: Un grafo G.

Decidir: ¿G es conexo?

- ¿Por qué problemas de decisión?

Problemas de decisión

- Multiples descripciones

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n es par?

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n^2 es par?

- Un problema es representado por sus instancias positivas
  - ¿El problema anterior?
- **Ej:**

Input: $a, b, c \in \mathbb{Z}$

Decidir: ¿$a + b = c$?

Input: Un grafo G.

Decidir: ¿G es conexo?

- ¿Por qué problemas de decisión?
  - Teoría limpia

Problemas de decisión

- Multiples descripciones

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n es par?

Input: Un natural $n \in \mathbb{N}$.

Decidir: ¿n^2 es par?

- Un problema es representado por sus instancias positivas
  - ¿El problema anterior?
- **Ej:**

Input: $a, b, c \in \mathbb{Z}$

Decidir: ¿$a + b = c$?

Input: Un grafo G.

Decidir: ¿G es conexo?

- ¿Por qué problemas de decisión?
  - Teoría limpia
  - Bastante generales $\rightarrow$ búsqueda, optimización.

Strings (cadenas)

- Estudiaremos conjuntos de strings

Strings (cadenas)

- Estudiaremos conjuntos de strings

Def.

Sea Σ un alfabeto (conjunto finito no vacío).

Strings (cadenas)

- Estudiaremos conjuntos de strings

Def.

Sea Σ un alfabeto (conjunto finito no vacío).

Definimos los *strings de largo k sobre Σ* como el conjunto Σ^k de manera recursiva

Strings (cadenas)

- Estudiaremos conjuntos de strings

Def.

Sea Σ un alfabeto (conjunto finito no vacío).

Definimos los *strings de largo k sobre Σ* como el conjunto Σ^k de manera recursiva

- $\Sigma^0 = \{\varepsilon\}$, $\Sigma^1 = \Sigma$.

Strings (cadenas)

- Estudiaremos conjuntos de strings

Def.

Sea Σ un alfabeto (conjunto finito no vacío).

Definimos los *strings de largo k sobre Σ* como el conjunto Σ^k de manera recursiva

- $\Sigma^0 = \{\varepsilon\}$, $\Sigma^1 = \Sigma$.
- $\Sigma^k = \Sigma \times \Sigma^{k-1}$, para todo $k > 1$.

Strings (cadenas)

- Estudiaremos conjuntos de strings

Def.

Sea Σ un alfabeto (conjunto finito no vacío).

Definimos los *strings de largo k sobre Σ* como el conjunto Σ^k de manera recursiva

- $\Sigma^0 = \{\varepsilon\}$, $\Sigma^1 = \Sigma$.
- $\Sigma^k = \Sigma \times \Sigma^{k-1}$, para todo $k > 1$.

Los *strings sobre Σ* son

Strings (cadenas)

- Estudiaremos conjuntos de strings

Def.

Sea Σ un alfabeto (conjunto finito no vacío).

Definimos los *strings de largo k sobre Σ* como el conjunto Σ^k de manera recursiva

- $\Sigma^0 = \{\varepsilon\}$, $\Sigma^1 = \Sigma$.
- $\Sigma^k = \Sigma \times \Sigma^{k-1}$, para todo $k > 1$.

Los *strings sobre Σ* son

$$\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \cdots = \bigcup_{k \geq 0} \Sigma^k.$$

Strings (cadenas)

- Estudiaremos conjuntos de strings

Def.

Sea Σ un alfabeto (conjunto finito no vacío).

Definimos los *strings de largo k sobre Σ* como el conjunto Σ^k de manera recursiva

- $\Sigma^0 = \{\varepsilon\}$, $\Sigma^1 = \Sigma$.
- $\Sigma^k = \Sigma \times \Sigma^{k-1}$, para todo $k > 1$.

Los *strings sobre Σ* son

$$\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \cdots = \bigcup_{k \geq 0} \Sigma^k.$$

- **Ej:** $\Sigma = \{0, 1\}$.

Strings (cadenas)

- Estudiaremos conjuntos de strings

Def.

Sea Σ un alfabeto (conjunto finito no vacío).

Definimos los *strings de largo k sobre Σ* como el conjunto Σ^k de manera recursiva

- $\Sigma^0 = \{\varepsilon\}$, $\Sigma^1 = \Sigma$.
- $\Sigma^k = \Sigma \times \Sigma^{k-1}$, para todo $k > 1$.

Los *strings sobre Σ* son

$$\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \cdots = \bigcup_{k \geq 0} \Sigma^k.$$

- **Ej:** $\Sigma = \{0, 1\}$.
  - ¿Σ^3? ¿Σ^*?

Strings (cadenas)

- Estudiaremos conjuntos de strings

Def.

Sea Σ un alfabeto (conjunto finito no vacío).

Definimos los *strings de largo k sobre Σ* como el conjunto Σ^k de manera recursiva

- $\Sigma^0 = \{\varepsilon\}$, $\Sigma^1 = \Sigma$.
- $\Sigma^k = \Sigma \times \Sigma^{k-1}$, para todo $k > 1$.

Los *strings sobre Σ* son

$$\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \cdots = \bigcup_{k \geq 0} \Sigma^k.$$

- **Ej:** $\Sigma = \{0, 1\}$.
  - ¿Σ^3? ¿Σ^*?
- **Notación:** Omitiremos la notación de tupla: $(0, 1, 0) \to 010$.

Strings (cadenas)

- Estudiaremos conjuntos de strings

Def.

Sea Σ un alfabeto (conjunto finito no vacío).

Definimos los *strings de largo k sobre Σ* como el conjunto Σ^k de manera recursiva

- $\Sigma^0 = \{\varepsilon\}$, $\Sigma^1 = \Sigma$.
- $\Sigma^k = \Sigma \times \Sigma^{k-1}$, para todo $k > 1$.

Los *strings sobre Σ* son

$$\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \cdots = \bigcup_{k \geq 0} \Sigma^k.$$

- **Ej:** $\Sigma = \{0, 1\}$.
  - ¿Σ^3? ¿Σ^*?
- **Notación:** Omitiremos la notación de tupla: $(0, 1, 0) \to 010$.
- **Notación:** $|w|$ representa el largo de $w \in \Sigma^*$.

Concatenación y lenguaje

Def.

Sea Σ un alfabeto y $x, y \in \Sigma^*$ dos strings.

Concatenación y lenguaje

Def.

Sea Σ un alfabeto y $x, y \in \Sigma^*$ dos strings.

Si $x = x_1 \dots x_n$ e $y = y_1 \dots y_m$, entonces su *concatenación* es

$$x \cdot y = xy = x_1 \dots x_n y_1 \dots y_m$$

Concatenación y lenguaje

Def.

Sea Σ un alfabeto y $x, y \in \Sigma^*$ dos strings.

Si $x = x_1 \dots x_n$ e $y = y_1 \dots y_m$, entonces su *concatenación* es

$$x \cdot y = xy = x_1 \dots x_n y_1 \dots y_m$$

La *k-ésima potencia* de x es el string x^k dado por $\underbrace{xx \dots x}_{k \text{ veces}}$.

Concatenación y lenguaje

Def.

Sea Σ un alfabeto y $x, y \in \Sigma^*$ dos strings.

Si $x = x_1 \dots x_n$ e $y = y_1 \dots y_m$, entonces su *concatenación* es

$$x \cdot y = xy = x_1 \dots x_n y_1 \dots y_m$$

La *k-ésima potencia* de x es el string x^k dado por $\underbrace{xx \dots x}_{k \text{ veces}}$.

- **Ej:** $x = \texttt{hello}$, $y = \texttt{world}$.

Concatenación y lenguaje

Def.

Sea Σ un alfabeto y $x, y \in \Sigma^*$ dos strings.

Si $x = x_1 \dots x_n$ e $y = y_1 \dots y_m$, entonces su *concatenación* es

$$x \cdot y = xy = x_1 \dots x_n y_1 \dots y_m$$

La *k-ésima potencia* de x es el string x^k dado por $\underbrace{xx \dots x}_{k \text{ veces}}$.

- **Ej:** $x = \texttt{hello}$, $y = \texttt{world}$.
  - ¿xy, yx, x^4?

Concatenación y lenguaje

Def.

Sea Σ un alfabeto y $x, y \in \Sigma^*$ dos strings.

Si $x = x_1 \dots x_n$ e $y = y_1 \dots y_m$, entonces su *concatenación* es

$$x \cdot y = xy = x_1 \dots x_n y_1 \dots y_m$$

La *k-ésima potencia* de x es el string x^k dado por $\underbrace{xx \dots x}_{k \text{ veces}}$.

- **Ej:** $x = \texttt{hello}$, $y = \texttt{world}$.
  - ¿xy, yx, x^4?

Def.

Un *lenguaje (sobre Σ)* es un subconjunto de Σ^*.

Concatenación y lenguaje

Def.

Sea Σ un alfabeto y $x, y \in \Sigma^*$ dos strings.

Si $x = x_1 \dots x_n$ e $y = y_1 \dots y_m$, entonces su *concatenación* es

$$x \cdot y = xy = x_1 \dots x_n y_1 \dots y_m$$

La *k-ésima potencia* de x es el string x^k dado por $\underbrace{xx \dots x}_{k \text{ veces}}$.

- **Ej:** $x = \texttt{hello}$, $y = \texttt{world}$.
  - ¿xy, yx, x^4?

Def.

Un *lenguaje (sobre Σ)* es un subconjunto de Σ^*.

- **Ej:** $\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\}$

Concatenación y lenguaje

Def.

Sea Σ un alfabeto y $x, y \in \Sigma^*$ dos strings.

Si $x = x_1 \dots x_n$ e $y = y_1 \dots y_m$, entonces su *concatenación* es

$$x \cdot y = xy = x_1 \dots x_n y_1 \dots y_m$$

La *k-ésima potencia* de x es el string x^k dado por $\underbrace{xx \dots x}_{k \text{ veces}}$.

- **Ej:** $x = \texttt{hello}$, $y = \texttt{world}$.
  - ¿xy, yx, x^4?

Def.

Un *lenguaje (sobre Σ)* es un subconjunto de Σ^*.

- **Ej:** $\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\}$
  - ¿Lenguajes sobre Σ?

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Definimos las siguientes operaciones entre lenguajes

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Definimos las siguientes operaciones entre lenguajes

- *Unión:* $L_1 \cup L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ o } w \in L_2\}$.

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Definimos las siguientes operaciones entre lenguajes

- *Unión:* $L_1 \cup L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ o } w \in L_2\}$.
- *Intersección:* $L_1 \cap L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ y } w \in L_2\}$.

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Definimos las siguientes operaciones entre lenguajes

- *Unión:* $L_1 \cup L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ o } w \in L_2\}$.
- *Intersección:* $L_1 \cap L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ y } w \in L_2\}$.
- *Diferencia:* $L_1 \setminus L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ y } w \notin L_2\}$.

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Definimos las siguientes operaciones entre lenguajes

- *Unión:* $L_1 \cup L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ o } w \in L_2\}$.
- *Intersección:* $L_1 \cap L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ y } w \in L_2\}$.
- *Diferencia:* $L_1 \setminus L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ y } w \notin L_2\}$.
- *Complemento:* $L_1^c = \Sigma^* \setminus L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w \notin L_1\}$.

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Definimos las siguientes operaciones entre lenguajes

- *Unión:* $L_1 \cup L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ o } w \in L_2\}$.
- *Intersección:* $L_1 \cap L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ y } w \in L_2\}$.
- *Diferencia:* $L_1 \setminus L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ y } w \notin L_2\}$.
- *Complemento:* $L_1^c = \Sigma^* \setminus L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w \notin L_1\}$.

- **Ej:** $\Sigma = \{a, b, c, \ldots z\}$, $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w$ es palabra válida en español$\}$, $L_2 = \{\texttt{casa}, \texttt{perro}, \texttt{asdf}\}$.

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Definimos las siguientes operaciones entre lenguajes

- *Unión:* $L_1 \cup L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ o } w \in L_2\}$.
- *Intersección:* $L_1 \cap L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ y } w \in L_2\}$.
- *Diferencia:* $L_1 \setminus L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \text{ y } w \notin L_2\}$.
- *Complemento:* $L_1^c = \Sigma^* \setminus L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w \notin L_1\}$.

- **Ej:** $\Sigma = \{a, b, c, \ldots z\}$, $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w$ es palabra válida en español$\}$, $L_2 = \{\texttt{casa}, \texttt{perro}, \texttt{asdf}\}$.
  - ¿$L_1 \cup L_2$? ¿$L_1 \cap L_2$? ¿$L_2 \setminus L_1$? ¿L_1^c?

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Definimos las siguientes operaciones entre lenguajes

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Definimos las siguientes operaciones entre lenguajes

- *Concatenación:* $L_1 \cdot L_2 = \{xy \mid x \in L_1 \text{ y } y \in L_2\}$.

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Definimos las siguientes operaciones entre lenguajes

- *Concatenación:* $L_1 \cdot L_2 = \{xy \mid x \in L_1 \text{ y } y \in L_2\}$.
- *Potencia:* $L_1^0 = \{\varepsilon\}$ y $L_1^k = L_1^{k-1} \cdot L_1$, para todo $k \geq 1$.

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Definimos las siguientes operaciones entre lenguajes

- *Concatenación:* $L_1 \cdot L_2 = \{xy \mid x \in L_1 \text{ y } y \in L_2\}$.
- *Potencia:* $L_1^0 = \{\varepsilon\}$ y $L_1^k = L_1^{k-1} \cdot L_1$, para todo $k \geq 1$.
- *Estrella de Kleene:* $L_1^* = \bigcup_{k \geq 0} L_1^k$.

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Definimos las siguientes operaciones entre lenguajes

- *Concatenación:* $L_1 \cdot L_2 = \{xy \mid x \in L_1 \text{ y } y \in L_2\}$.
- *Potencia:* $L_1^0 = \{\varepsilon\}$ y $L_1^k = L_1^{k-1} \cdot L_1$, para todo $k \geq 1$.
- *Estrella de Kleene:* $L_1^* = \bigcup_{k \geq 0} L_1^k$.

- **Ej:** $\Sigma = \{a, b, c, \ldots z, 0, 1\}$,
  $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ es palabra válida en español}\}$, $L_2 = \{0, 1\}$.

Operaciones de lenguajes

Def.

Sea Σ un alfabeto y $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ dos lenguajes.

Definimos las siguientes operaciones entre lenguajes

- *Concatenación:* $L_1 \cdot L_2 = \{xy \mid x \in L_1 \text{ y } y \in L_2\}$.
- *Potencia:* $L_1^0 = \{\varepsilon\}$ y $L_1^k = L_1^{k-1} \cdot L_1$, para todo $k \geq 1$.
- *Estrella de Kleene:* $L_1^* = \bigcup_{k \geq 0} L_1^k$.

- **Ej:** $\Sigma = \{a, b, c, \ldots z, 0, 1\}$,
  $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ es palabra válida en español}\}$, $L_2 = \{0, 1\}$.
  - ¿$L_1 \cdot L_2$? ¿L_2^2? ¿L_2^*? ¿$(L_1 \cdot L_2)^*$?

Dudas/Preguntas

Problema del día

2. Sea $G = (V, E)$ un grafo simple no dirigido. Un *matching* de G es un conjunto $M \subseteq E$ de aristas que no comparten extremos, y

$$\nu(G) = \text{máx}\{|M| : M \text{ es un matching de } G\}$$

denota la cardinalidad de un matching máximo.

   a) ¿Que problemas modela el problema de matching máximo? ¿Qué aplicaciones podría tener?

   b) Trate de describir el problema de decisión asociado al problema de optimización de matching máximo.

   c) Suponga que tiene un algoritmo de decisión para MATCHING. ¿Cómo puede usarlo para calcular $\nu(G)$? ¿Cuántas llamadas al algoritmo de decisión realiza su procedimiento?

   d) Una vez conocido $r = \nu(G)$, queremos recuperar un matching de cardinalidad r. ¿Cómo puede usar el algoritmo de decisión para reconstruir un matching máximo? ¿Cuántas llamadas al algoritmo de decisión realiza su procedimiento?

   e) Discuta la relación entre los problemas de decisión, optimización y búsqueda.

Wrap-Up

- **Hoy:**

Wrap-Up

- **Hoy:**
  - Cosas administrativas

Wrap-Up

- **Hoy:**
  - Cosas administrativas
  - Introducción

Wrap-Up

- **Hoy:**
  - Cosas administrativas
  - Introducción
  - Lenguajes formales

Wrap-Up

- **Hoy:**
  - Cosas administrativas
  - Introducción
  - Lenguajes formales

- **Prox. clase:**

Wrap-Up

- **Hoy:**
  - Cosas administrativas
  - Introducción
  - Lenguajes formales

- **Prox. clase:**
  - Automatas finitos